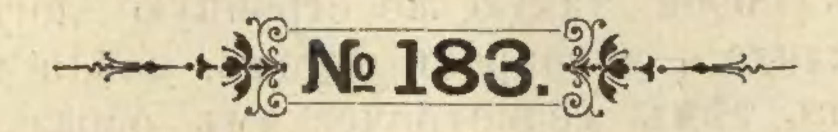
XVI Сем. 5-го Февраля 1894 г. № 3.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
И
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



ОЧЕРКЪ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОБАЧЕВСКАГО.

(*Продолженіе**)

II. Начала геометріи по Лобачевскому.

12-го февраля 1826 года Николай Ивановичъ Лобачевскій доложилъ собранію профессоровъ физико-математическаго факультета Казанскаго университета свою работу подъ названіемъ „Exposition succincte des principes de la Géométrie". Референтъ сообщилъ собранію, что онъ въ теченіе многихъ лѣтъ занимался изслѣдованіемъ вопроса о параллельныхъ линіяхъ; собравъ и продумавъ всѣ доказательства XI-го постулата, какія ему были извѣстны, онъ пришелъ къ глубокому убѣжденію, что ни одно изъ нихъ не выдерживаетъ серьезной критики. При такихъ условіяхъ ему казалось вѣроятнымъ, что положеніе это не представляетъ собой логическаго слѣдствія тѣхъ посылокъ, которыя служатъ основаніемъ геометріи Евклида. Чтобы убѣдиться въ правильности такого взгляда, онъ задался цѣлью построить геометрическую систему безъ этого допущенія. Иными словами, онъ поставилъ себѣ задачей вы-

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики" №№ 174, 178 и 179.

яснить, насколько измѣнилась бы Евклидова геометрія, еслибы перпендикуляръ и наклонная къ одной и той же прямой могли не пересѣкаться, сколько бы мы ихъ ни продолжали. Стимуломъ къ такому изслѣдованію для Лобачевскаго служила слѣдующая точка зрѣнія. Если постулатъ представляетъ собой логическое слѣдствіе остальныхъ принциповъ Евклида, то обратное предположеніе находится съ ними въ прямомъ противорѣчіи; это неизбѣжно должно обнаружиться при развитіи системы, построенной на такомъ предположеніи; рано или поздно эта геометрія должна привести насъ къ абсурду, который будетъ заключаться въ явномъ противорѣчіи ея выводовъ съ предложеніями, установленными раньше. Въ противномъ же случаѣ новая геометрія будетъ представлять собой такую же стройную логическую систему, какъ геометрія Евклида,—и вопросъ о томъ, какая геометрія можетъ найти примѣненіе къ тѣмъ геометрическимъ образамъ, съ которыми намъ приходится имѣть дѣло, можетъ быть рѣшенъ только экспериментальнымъ путемъ. Изслѣдованіе привело его именно къ этому послѣднему заключенію. Онъ построилъ стройную доктрину, которая заключала геометрію Евклида, какъ частный случай*). Изложеніе этой системы и составляло предметъ его сообщенія. Странныя идеи молодого геометра вызвали мало сочувствія въ ученомъ обществѣ и рефератъ прошелъ почти незамѣченнымъ. Въ то время Казанскій университетъ не имѣлъ еще ученаго органа и докладъ Лобачевскаго остался ненапечатаннымъ. Только черезъ три—четыре года въ рядѣ статей, помѣщенныхъ въ „Казанскомъ Вѣстникѣ" подъ заглавіемъ „О началахъ геометріи" **), Лобачевскій опубликовалъ извлеченіе изъ этого доклада. Сжатое и мало доступное изложеніе оказало Лобачевскому плохую услугу. Многія предложенія приведены безъ доказательства, передѣлки почти совершенно отсутствуютъ, между тѣмъ какъ онѣ, по собственному выраженію автора, представляютъ собой рядъ „продолжительныхъ и довольно запутанныхъ вычисленій". Туманныя идеи, изложенныя въ мало доступной формѣ, вызвали только недовѣріе; товарищи смотрѣли на Лобачевскаго не безъ ироніи, а въ 1834 году въ популярномъ въ то время журналѣ „Сынъ Отечества" была напечатана рѣзкая рецензія, которая называла работу Лобачевскаго сплошной „нелѣпостью". Возраженіе Лобачевскаго не было принято. Объясняя все это недоступностью опубликованной работы, Лобачевскій представилъ „на судъ ученыхъ" двѣ статьи, въ которыхъ тѣ-же идеи изложены въ болѣе обработанной формѣ. Въ 1834 году стали издаваться Ученыя Записки Казанскаго Университета ***). Въ началѣ 1835 года Лобачевскій опубликовалъ въ новомъ журналѣ „Воображаемую геометрію". Въ этой работѣ Лобачевскій изложилъ свои идеи въ строго аналитической формѣ. Въ концѣ того-же и началѣ слѣдующаго года напечатаны „Новыя начала

*) Насколько всѣ эти соображенія убѣдительны, вопросъ сложный, который будетъ нами разобранъ впослѣдствіи; теперь мы имѣемъ въ виду только изложеніе идей самого Лобачевскаго.

**) „Казанскій Вѣстникъ" 1829 г. №№ 2, 3, 4, 11 и 1830 г. №№ 3, 4, 7 и 8.

***) Этотъ журналъ обязанъ своимъ появленіемъ въ свѣтъ стараніями Лобачевскаго.

геометріи съ полной теоріей параллельныхъ“. Въ этомъ сочиненіи Лобачевскій излагаетъ тѣ же идеи въ синтетической формѣ. Это обширный трактатъ (230 страницъ in quarto), въ которомъ Лобачевскій излагаетъ геометрію ab ovo въ той формѣ, въ какой она должна быть проведена съ новой точки зрѣнія. Послѣднія два сочиненія должны считаться основными трудами Лобачевскаго; къ нимъ, впрочемъ, слѣдуетъ прибавить статью „Примѣненіе воображаемой геометріи къ нѣкоторымъ интеграламъ“, которая имѣетъ цѣлью показать, что новыя идеи имѣютъ также чисто аналитическій интересъ. Она была напечатана въ 1836 году.

Въ Европѣ сочиненія Лобачевскаго появились въ первый разъ въ 1835 г. въ видѣ перевода „Воображаемой геометріи“ на французскій языкъ (Géométrie imaginaire. Crelle's Journal Bd. XVII). Въ 1840 году напечатана статья „Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallelinien“, которая представляетъ собой извлеченіе изъ „Новыхъ началъ“, т. е. краткое синтемическое изложеніе системы. Наконецъ въ сборникѣ, изданномъ по случаю 50-лѣтняго юбилея Казанскаго университета, Лобачевскій опубликовалъ работу „Pangéométrie ou precis de géométrie fondée sur une théorie générale et rigoureuse des parallèles“. Это сочиненіе напечатано въ 1855 году на французскомъ языкѣ и въ томъ же году въ переводѣ на русскій языкъ въ „Уч. запискахъ“. Оно не прибавляетъ ничего новаго къ тому, что сдѣлано Лобачевскимъ раньше; тѣмъ болѣе, что геометръ писалъ его за годъ до смерти, при разстроенномъ здоровьи, и ослѣпъ раньше, чѣмъ привелъ его къ концу; такъ что послѣдняя часть была написана подъ его диктовку*).

Приступая къ детальному зиложенію своихъ воззрѣній въ „Новыхъ началахъ“ Лобачевскій даетъ новую обработку тому геометрическому матеріалу, который перешелъ въ его систему безъ измѣненія, какъ независящій отъ XI-го постулата. Этой обработкѣ посвящено шесть первыхъ главъ его трактата. Изъ этого видно, что Лобачевскій приписываетъ ей серьезное значеніе, такъ что мы рѣшительно не можемъ обойти ея молчаніемъ.

Два совершенно различныхъ обстоятельства побудили Лобачевскаго заняться такой переработкой основъ геометріи. Во первыхъ, онъ находитъ совершенно невозможнымъ начинать изложеніе какой бы то ни было математической науки „съ такихъ темныхъ понятій, съ какихъ, повторяя Евклида, начинаемъ мы геометрію“. Понятія о трехъ измѣреніяхъ, о длинѣ безъ ширины и т. п., не будучи предварительно опредѣлены, не заключаютъ въ себѣ ничего опредѣленнаго. А между тѣмъ они перешли отъ Евклида къ Лежандру, а отсюда во всѣ учебники геометріи, вышедшіе въ началѣ нынѣшняго столѣтія. Съ другой стороны двадцать восемь первыхъ предложеній Евклида, какъ мы уже указывали, не зависятъ отъ XI постулата. Но въ нихъ заключается далеко не весь геометрическій матеріалъ, который можетъ быть установленъ безъ помощи этого положенія. Лобачевскому необходимо выдѣлить всѣ

*) Въ этотъ обзоръ не вошли, конечно, сочиненія не имѣющія отношенія къ геометріи.

предложенія, разбросанныя по различнымъ книгамъ Евклида, которыя не зависятъ отъ теоріи параллельныхъ линій. Рѣшенію той и другой задачи, какъ мы уже сказали, посвящены шесть главъ его трактата.

Эмпиристъ по мѣровоззрѣнію, Лобачевскій категорически заявляетъ, что всѣ наши геометрическія представленія заимствованы изъ опыта: „врожденнымъ вѣрить не должно". Основнымъ и наиболѣе простымъ представленіемъ, заимствуемымъ непосредственно изъ опыта, является *прикосновеніе* физическихъ тѣлъ. При этомъ совокупность соприкасающихся тѣлъ представляетъ собой новое тѣло; два тѣла, прикосновеніемъ которыхъ оно составлено, называются его *частями*. Если мы, созерцая два тѣла, находящіяся въ соприкосновеніи, обращаемъ вниманіе на то обстоятельство, что эти тѣла представляютъ собой части одного тѣла, то мы называемъ соприкосновеніе *сѣченіемъ*, а самыя части—*сторонами* этого сѣченія. Тѣло называется *геометрическимъ*, если мы отвлекаемся отъ всѣхъ свойствъ физическаго тѣла, оставляя за нимъ только способность находиться въ соприкосновеніи съ другими тѣлами и дѣлиться на части сѣченіями. Намъ представляется, что этотъ признакъ схваченъ крайне удачно: такъ называемая форма тѣла вполнѣ опредѣляется его прикосновеніемъ съ другими тѣлами. Если нѣкоторое тѣло (A) находится въ такомъ прикосновеніи съ другимъ тѣломъ (B), что никакое третье не можетъ одновременно соприкасаться съ послѣдними, не составляя части перваго (A) то одно называется *окружнымъ пространствомъ* по отношенію къ тѣлу (B).

Слѣдующій фактъ, заимствуемый изъ наблюденій, заключается въ томъ, что всякое тѣло можетъ дѣлиться на части сѣченіями *поступательными*, *обращательными* и *главными*. *Поступательными* сѣченіями называются такія, которыя дѣлятъ тѣло на части такимъ образомъ, что послѣднія не находятся въ соприкосновеніи черезъ одну. (Такъ рядъ параллельныхъ плоскостей представляетъ собой рядъ поступательныхъ сѣченій). *Обращательныя* сѣченія дѣлятъ тѣло на части, которыя всѣ находятся во взаимномъ соприкосновеніи и при томъ такимъ образомъ, что каждое новое сѣченіе дѣлитъ на части двѣ—и только двѣ—прежнія части (Такъ, меридіаны сферы суть обращательныя сѣченія, такъ какъ всѣ сферическіе вырѣзки, которые образуются меридіанальными сѣченіями, находятся во взаимномъ соприкосновеніи; при этомъ каждый новый меридіанъ дѣлитъ на части два вырѣзка). Слѣдовательно два обращательныя сѣченія дѣлятъ тѣло на четыре части. Если къ нимъ присоединить третье сѣченіе, которое раздѣлитъ каждую часть на двѣ,—если при этомъ такое же раздѣленіе тѣла на восемь частей сохранится, когда каждое изъ этихъ сѣченій замѣнимъ любымъ поступательнымъ относительно него;—то такія три сѣченія называются *главными*. (Такъ три координатныя плоскости представляютъ собой три главныхъ сѣченія).

Если въ тѣлѣ проведено сѣченіе, которое дѣлитъ его на двѣ части, то говорятъ, что послѣднія находятся въ *поверхностномъ* соприкосновеніи. Если въ тѣлѣ проведены два обращательныхъ сѣченія, то говорятъ, что четыре части тѣла находятся во взаимномъ *линейномъ* соприкосновеніи. Далѣе, если въ тѣлѣ проведены три главныхъ сѣченія, то говорятъ, что восемь частей тѣла соприкасаются *въ точкѣ*.

Представимъ себѣ тѣло (A), двѣ части котораго (B) и (C) находятся во взаимномъ прикосновенiи. Если по тѣмъ или другимъ причинамъ въ предѣлахъ извѣстнаго разсужденiя мы не интересуемся, не обращаемъ вниманiя, или еще иначе—отвлекаемся отъ тѣхъ частей тѣла (B), которыя не находятся въ соприкосновенiи съ тѣломъ (C), и наоборотъ,— то данное тѣло (A) называютъ *поверхностью*. Съ указанной точки зрѣнiя отъ тѣла можно отбрасывать всѣ части, отдѣляемыя сѣченiями поступательными относительно того сѣченiя, которое раздѣляетъ части (B) и (C). Точно такъ-же мы называемъ *линiей* тѣло, части котораго находятся въ линейномъ соприкосновенiи въ томъ случаѣ, если мы въ каждой изъ частей отвлекаемся отъ тѣхъ ея долей, которыя не находятся въ соприкосновенiи со всѣми тремя остальными частями. Ясно, что при этомъ части тѣла, отдѣляемыя сѣченiями, поступательными относительно каждаго изъ двухъ обращательныхъ сѣченiй,—можно отбрасывать, ибо онѣ не принимаются во вниманiе. Наконецъ *точкой* мы называемъ тѣло съ тремя главными сѣченiями, если отвлекаемся отъ всѣхъ частей его, которыя не играютъ роли въ общемъ соприкосновенiи восьми частей, образованныхъ главными сѣченiями.

Къ каждому изъ этихъ опредѣленiй мы не можемъ не присоединиться. Здѣсь въ каждомъ словѣ видѣнъ философъ эмпиристъ, который отдаетъ себѣ строгiй отчетъ въ томъ, что онъ заимствуетъ изъ опыта и что опредѣляетъ. Вводя же отвлеченный терминъ, онъ знаетъ ему цѣну и не впадаетъ въ безсодержательную метафизику, которая слышится въ словахъ „длина безъ ширины" и т. п. Съ такой-же точностью проведенъ весь рядъ остальныхъ опредѣленiй. Установивъ значенiе основныхъ геометрическихъ образовъ, Лобачевскiй переходитъ къ понятiю объ измѣренiи.

Измѣренiе возможно тамъ, гдѣ существуютъ два геометрическихъ образа, которые могутъ быть приведены въ такое взаимное положенiе, чтобы одинъ представлялъ собой часть другою. (Замѣтимъ, что такая предварительная оговорка дѣлаетъ уже невозможнымъ измѣренiе кривыхъ линiй прямыми, кривыхъ поверхностей плоскостью и т. д.). Въ этомъ случаѣ говорятъ, что одинъ геометрическiй образъ *отложенъ* на другомъ. Откладываемъ его затѣмъ на оставшейся части и продолжаемъ эту операцiю до тѣхъ поръ, пока весь образъ (A) не будетъ раздѣленъ на части равныя (B)—(предполагая, конечно, что это сдѣлать возможно). Если для этого пришлось повторить операцiю m разъ, то говорятъ, что *отношенiе* величинъ (A) и (B) равно m или, что образъ (A), будучи *измѣренъ* образомъ (B) *выражается* числомъ (m). Если же отношенiе двухъ образовъ не выражается цѣлымъ числомъ, то приходится раздѣлить образъ (B) на равныя части, скажемъ на n частей; произведя затѣмъ отложенiе этой части на образѣ (A) найдемъ, что она помѣщается p разъ; если при этомъ не остается остатка, то говорятъ, что отношенiе двухъ образовъ равно m/n. Если же остается остатокъ, составляющiй часть откладываемой части,—то имъ пренебрегаютъ, но говорятъ при этомъ, что измѣренiе произведено съ *точностью* до $1/n$. Если ни при какомъ значенiи n измѣренiе не можетъ быть точно выполнено,—то послѣдовательныя приближенiя представляютъ собой единственно возможный результатъ измѣренiя—и только при указанiи требуемаго приближенiя

вопросъ становится опредѣленнымъ. Такіе образы мы называемъ несоизмѣримыми—и, если говоримъ о соотношеніяхъ между несоизмѣримыми образами, то этимъ хотимъ сказать, что это соотношеніе имѣетъ мѣсто при всякомъ приближенномъ измѣреніи, при которомъ всѣ образы измѣрены съ одинаковымъ приближеніемъ. Теперь этотъ взглядъ уже настолько установился, что оцѣнка его становится излишней.

При измѣреніи тѣла мы можемъ дѣлить его на части сѣченіями, поступательными относительно каждаго изъ трехъ главныхъ сѣченій; въ этомъ смыслѣ говорятъ, что тѣло имѣетъ *три измѣренія*; три ряда сѣченій намѣчаютъ эти измѣренія. При дѣленіи на части поверхности сѣченія, поступательныя съ однимъ изъ главныхъ сѣченій, не имѣютъ значенія, ибо онѣ отдѣляютъ такія части тѣла, которыхъ мы не принимаемъ во вниманіе; дѣленіе производится только двумя рядами сѣченій, которые намѣчаютъ *два измѣренія* поверхности. Наконецъ, въ такомъ же смыслѣ дѣленіе линіи на части возможно только однимъ рядомъ поступательныхъ сѣченій, и поэтому говорятъ, что линія имѣетъ *одно измѣреніе.* Наконецъ точка совершенно не дѣлится на части. Это разумѣютъ, когда говорятъ, что точка не имѣетъ *ни одного измѣренія.* Такое опредѣленіе трехъ измѣреній пространства представляетъ собой несомнѣнное приближеніе къ Риманову опредѣленію; но объ этомъ рѣчь впереди.

Точка представляетъ наиболѣе простой геометрическій образъ. Относительное положеніе двухъ точекъ въ пространствѣ опредѣляетъ собой нѣкоторый геометрическій образъ, который называютъ *разстояніемъ*; понятіе о разстояніи *основное* и не подлежитъ ближайшему опредѣленію. Геометрическое мѣсто точекъ, находящихся на равномъ разстояніи отъ одной точки, называется сферой; точка эта называется центромъ, а разстояніе—радіусомъ сферы.

Изъ самаго опредѣленія сферы вытекаетъ основное ея свойство: если станемъ приводить въ движеніе сферу, оставляя ея центръ въ неподвижной точкѣ, то она будетъ перемѣщаться вдоль по той сферической поверхности, которая представляетъ ея слѣдъ въ пространствѣ. Пересѣченіе двухъ сферъ называется *окружностью.* Представимъ себѣ двѣ неподвижныхъ точки и вокругъ нихъ, какъ вокругъ центровъ, равными радіусами проведемъ двѣ сферы; въ пересѣченіи этихъ сферъ мы получимъ окружность. Геометрическое мѣсто такихъ окружностей, соотвѣтствующихъ всѣмъ возможнымъ радіусамъ сферъ, называется *плоскостью.* Изъ этого опредѣленія вытекаетъ, что плоскость можетъ быть наложена на себя самое другой стороной. Дѣйствительно, замѣнимъ одинъ центръ другимъ, тогда всѣ сферы перейдутъ съ одной стороны на другую, но при этомъ соотвѣтственно замѣстятъ другъ друга, такъ что пересѣченіе ихъ останется то-же. Опредѣленіе прямой формулировано Лобачевскимъ недостаточно ясно: „прямой называется линія, которая между двухъ точекъ покрываетъ себя во всѣхъ положеніяхъ". Но изъ сопоставленія различныхъ текстовъ, а также изъ разбора доказательствъ, въ которыхъ фигурируетъ это опредѣленіе, видно, что его нужно понимать слѣдующимъ образомъ: „Если твердое тѣло движется такимъ образомъ, что двѣ его точки неподвижны, то чрезъ нихъ проходитъ линія, всѣ точки которой остаются въ покоѣ (т. е. покрываютъ

себя)". Такое опредѣленіе прямой пріобрѣтаетъ въ послѣднее время право гражданства *).

Опредѣливъ понятіе о кругѣ, прямой и плоскости Лобачевскій ставитъ себѣ цѣлью доказать, что изъ этихъ опредѣленій вытекаютъ тѣ свойства этихъ элементовъ, изъ которыхъ исходилъ Евклидъ. Ему нужно доказать, что окружность имѣетъ центръ, что прямая вполнѣ опредѣляется двумя точками, что прямая, имѣющая съ плоскостью двѣ общія точки, совпадаетъ съ ней во всѣхъ частяхъ, что двѣ плоскости пересѣкаются по прямой линіи. Для доказательства этихъ предложеній Лобачевскій приводитъ цѣлый рядъ подготовительныхъ теоремъ, которыя, однако, не достигаютъ цѣли. Доказательствъ этихъ рѣшительно нельзя признать достаточными. Мы думаемъ, что ихъ неудовлетворительность обусловлена, съ одной стороны, тѣмъ, что Лобачевскій совершенно игнорируетъ понятіе о твердомъ тѣлѣ, а съ другой стороны тѣмъ обстоятельствомъ, что имъ не введена и ничѣмъ не замѣнена слѣдующая аксіома: „Положеніе твердаго тѣла вполнѣ опредѣляется тремя точками, не лежащими на одной прямой".

Такимъ образомъ, по нашему мнѣнію, сдѣланной Лобачевскимъ попыткѣ переработать основы геометріи слѣдуетъ дать слѣдующую оцѣнку: Опредѣленія Лобачевскаго отличаются строгостью и точностью; они имѣютъ несомнѣнныя преимущества предъ опредѣленіями Евклида и Лежандра; но положеніе, изъ которыхъ онъ исходитъ, недостаточны для обоснованія тѣхъ принциповъ, которые служатъ точкой отправленія для Евклида.

Было бы большой несправедливостью вмѣнить эту неудачу въ серьезную вину Лобачевскому или проникнуться по этому поводу недовѣріемъ къ нему. Задача о строгомъ обоснованіи началъ геометріи необычайно трудна; надъ ней работаютъ и теперь передовые геометры,— и рѣшить ее вполнѣ было Лобачевскому не подъ силу. Поставить правильно вопросъ объ одномъ постулатѣ, это уже громадная заслуга, которая вызываетъ тѣмъ большее уваженіе, что идеи Лобачевскаго послужили исходнымъ пунктомъ всѣхъ дальнѣйшихъ изслѣдованій въ этомъ направленіи. Оставляя этотъ вопросъ, позволимъ себѣ предостеречь читателя отъ слѣдующаго заблужденія: вѣроятно вслѣдствіе того, что Лобачевскій начинаетъ всѣ свои работы приведенными выше опредѣленіями,—лица, не знакомые глубоко съ вопросомъ, придаютъ имъ болѣе серьезное значеніе, чѣмъ они заслуживаютъ; усматриваютъ центръ тяжести ученія Лобачевскаго въ томъ, что онъ „обобщилъ" понятіе о прямой и плоскости **). Вотъ что говоритъ по этому поводу самъ Лобачевскій ***).

„Къ несовершенству въ теоріи параллельныхъ надобно было причислить опредѣленіе самой параллельности. Однакоже это несовершенство нисколько не зависѣло, какъ подозрѣвалъ Лежандръ, отъ недостатка въ опредѣленіи прямой линіи, ни даже отъ недостатковъ, прибавлю,

*) См. Houël и Lie.

**) См. напр. *Филиппов*ъ. „Философія мнимыхъ и мнимая философія". Русское Богатство. 1893. № 10.

***) „Новыя начала"—Вступленіе.

которые скрывались въ первыхъ понятіяхъ, и которые намѣренъ я здѣсь указать и попытаться, сколько могу самъ, ихъ исправить".

Установивъ эквивалентность между евклидовыми и своими опредѣленіями прямой и плоскости, Лобачевскій переходитъ къ линейнымъ и плоскостнымъ угламъ. Оригинальное опредѣленіе прямолинейнаго угла, которое онъ даетъ, представляется намъ чрезвычайно удачнымъ. Установивъ предварительно понятіе о дуговомъ градусѣ, Лобачевскій доказываетъ, что градусная величина дуги, заключающейся между двумя пересѣкающимися прямыми и имѣющей центромъ точку ихъ пересѣченія, —не зависитъ отъ радіуса. Эта величина вполнѣ опредѣляется, слѣдовательно, относительнымъ положеніемъ двухъ пересѣкающихся прямыхъ; въ свою очередь, она вполнѣ опредѣляетъ ихъ относительное положеніе въ томъ смыслѣ, что при данномъ положеніи одной изъ двухъ прямыхъ въ нѣкоторой плоскости и данномъ положеніи ихъ точки пересѣченія—она опредѣляетъ положеніе второй прямой въ той-же плоскости. Эту величину Лобачевскій называетъ поэтому *угломъ* между двумя прямыми, ибо исключительно такую роль играетъ въ евклидовой геометріи этотъ геометрическій образъ. Это единственное вполнѣ раціональное опредѣленіе угла, которое намъ извѣстно*), такъ какъ оно не заключаетъ въ себѣ рѣшительно ничего неопредѣленнаго. Мы въ сущности, уже прибѣгали къ этому опредѣленію въ прошлой главѣ, когда разбирали доказательство Бертрана.

Совершенно такимъ же образомъ величина сферическаго вырѣзка, заключающагося между двумя плокостями, которыя имѣютъ діаметръ сферы своимъ пересѣченіемъ, будучи выражена въ частяхъ сферы, не зависитъ отъ радіуса,—вполнѣ опредѣляется, слѣдовательно, относительнымъ положеніемъ двухъ пересѣкающихся плоскостей—и, въ свою очередь, въ указанномъ смыслѣ опредѣляетъ относительное положеніе двухъ пересѣкающихся плоскостей. Эту величину Лобачевскій называетъ *плоскостнымъ* или по нашему *двуграннымъ* угломъ.

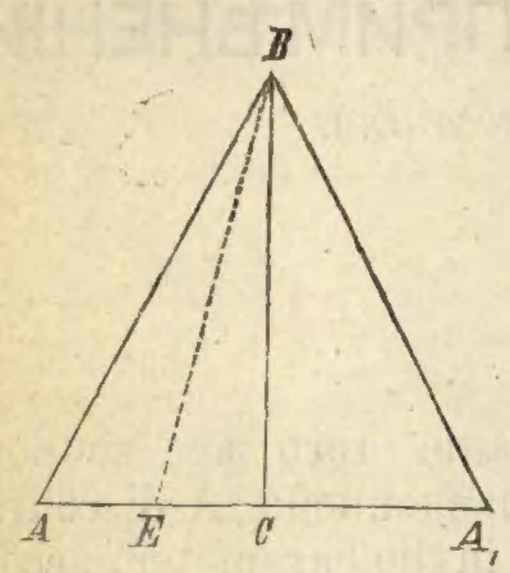
Точно такъ-же, если имѣемъ рядъ плоскостей, которыя пересѣкаются въ одной точкѣ и вырѣзываютъ замкнутую фигуру на сферѣ, имѣющей центръ въ этой точкѣ, то отношеніе площади этой фигуры ко всей сферѣ Лобачевскій называетъ многограннымъ угломъ. Всю окружность и всю сферу онъ обозначаетъ общимъ символомъ 2π. При такихъ условіяхъ величина всякаго угла выразится въ частяхъ π; но на это π нужно смотрѣть исключительно какъ на символъ, обозначающій половину окружности и половину сферы.

Соотношеніями между линейными и двугранными углами, и между смежными и вертикальными прямолинейными и плоскостными углами Лобачевскій заканчиваетъ третью главу. Обратимъ только вниманіе на одно обстоятельство: двугранный уголъ представляетъ собой такую-же часть всей сферы, какую часть всей окружности составляетъ соотвѣтствующій линейный уголъ. Такъ какъ вся сфера и вся окружность вырыжены общимъ символомъ 2π, то оба

*) Кромѣ развѣ болѣе общаго опредѣленія Jordan'a, который называетъ угломъ инваріантъ относительнаго положенія двухъ прямыхъ. См. Jordan. Essai sur la géométrie á n dimensions.

угла выражаются однимъ и тѣмъ-же числомъ. Въ этомъ смыслѣ Лобачевскій и говоритъ, что плоскостной уголъ равенъ своему линейному углу. Замѣтимъ, что это предложеніе, съ его точки зрѣнія, имѣетъ буквальный смыслъ,—ибо ничего кромѣ чиселъ, выражающихъ опредѣленныя отношенія онъ подъ „угломъ" не разумѣетъ.

Свойства перпендикулярныхъ прямыхъ и плоскостей начинаютъ слѣдующую главу; сюда относятся предложенія о томъ, что изъ одной точки можно опустить или возставить къ данной плоскости и къ данной прямой только одинъ перпендикуляръ*); что два перпендикуляра къ одной и той-же плоскости лежатъ въ одной плоскости, хотя никогда не пересѣкаются; что плоскость, проходящая черезъ прямую, перпендикулярную къ другой плоскость, перпендикулярна къ послѣдней.



Фиг. 15.

Этого матеріала достаточно для того, чтобы установить соотношенія между сторонами и углами въ треугольникѣ. Прежде всего не трудно обнаружить, что въ треугольникѣ не можетъ быть больше одного прямого тупого угла. Лобачевскій проводитъ доказательство слѣдующимъ образомъ. Продолживъ сторону AC (Фиг. 15) прямого угла на разстояніе $CA_1 = AC$, составимъ прямоугольный треугольникъ BCA_1. Непосредственнымъ наложеніемъ убѣждаемся, что $\triangle A_1CB$ тожественъ треугольнику ABC и слѣдовательно $\angle ABC = \angle A_1BC$. Такъ какъ уголъ ABA_1 меньше $2d$ (ибо представляетъ собой внутренній уголъ треугольника), то $\angle ABC$ меньше прямого. То-же предложеніе можно очевидно формулировать слѣдующимъ образомъ: если изъ одной точки выходятъ перпендикуляръ и наклонная къ одной и той-же прямой,—то перпендикуляръ падаетъ со стороны остраго угла. Отсюда уже нетрудно вывести, что въ треугольникѣ не можетъ быть больше одного тупого угла. Въ самомъ дѣлѣ, если $\angle AEB$ тупой, то перпендикуляръ BC падаетъ внѣ треугольника со стороны вершины E и, слѣдовательно $\angle BAC$ острый. Обратнымъ наложеніемъ Лобачевскій доказываетъ далѣе равенство угловъ равнобедреннаго треугольника, откуда вытекаетъ, на основаніи предыдущей теоремы; что оба они острые. Поэтому перпендикуляръ, опущенный изъ вершины равнобедреннаго треугольника на основаніе, падаетъ внутрь треугольника. Наложеніемъ двухъ полученныхъ такимъ образомъ треугольниковъ убѣждаемся, что они равны,—откуда слѣдуетъ, что перпендикуляръ дѣлитъ основаніе и уголъ при вершинѣ пополамъ.

Далѣе слѣдуетъ обычное доказательство предложенія о внѣшнемъ углѣ и вытекающее отсюда соотношеніе между сторонами и углами треугольника. Слѣдуя Евклиду, Лобачевскій доказываетъ, что одна сторона треугольника меньше суммы двухъ другихъ сторонъ и дополняетъ это предложеніемъ, что прямая короче кривой, проходящей между тѣми-же точками; длина послѣдней *опредѣляется*, конечно, какъ предѣлъ вписан-

*) Опредѣленій тѣхъ терминовъ, которые установлены у Лобачевскаго совершенно такъ-же, какъ дѣлаютъ обыкновенно, мы конечно не приводимъ.

ной въ нее ломанной *). Это единственно научное опредѣленіе длины кривой линіи приписывается обыкновенно Catalan'у между тѣмъ оно опубликовано Лобачевскимъ на 7 лѣтъ раньше. Условія тождества треугольниковъ обстоятельно разобраны въ шестой главѣ.

Рядомъ съ развитіемъ плоской геометріи, Лобачевскій излагаетъ геометрію сферическую. Основанія сферической геометріи представляютъ для насъ серьезный интересъ и мы посвятимъ ей нѣсколько страницъ.

В. Каганъ (Одесса).

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

ИСТОРІЯ БАРОМЕТРА И ЕГО ПРИМѢНЕНІИ.

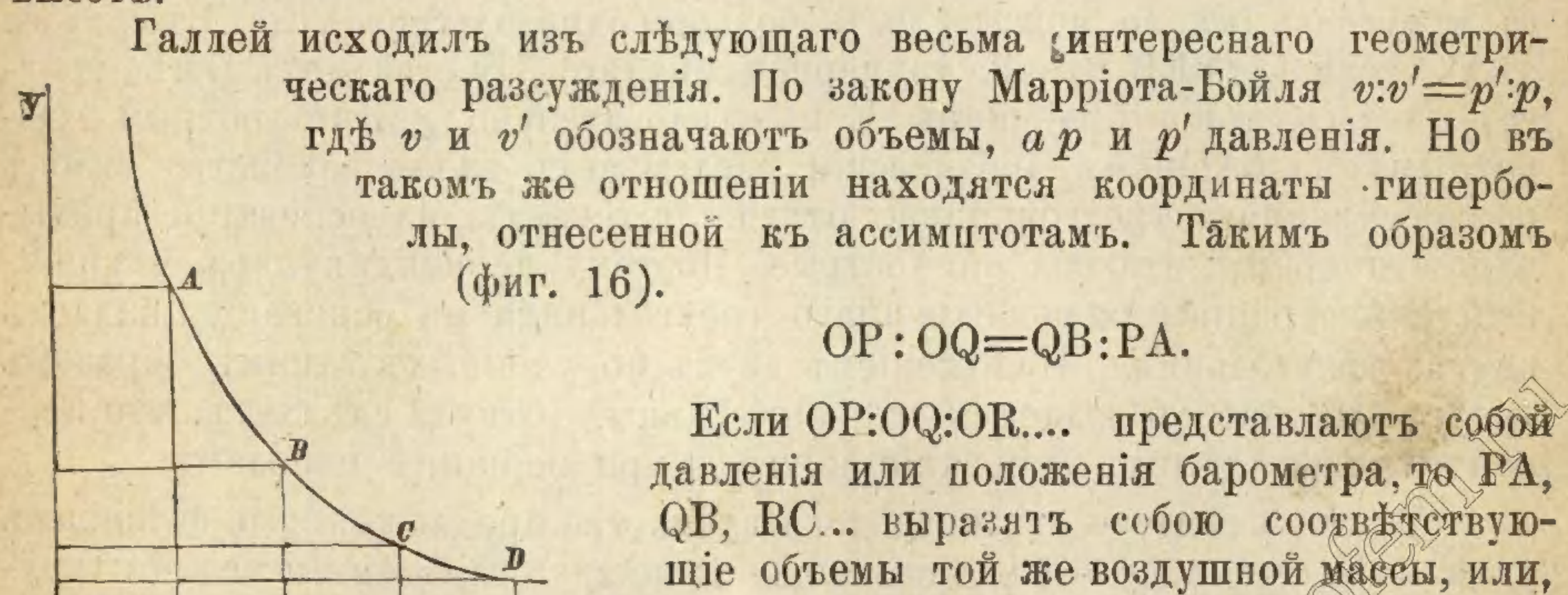
(*По поводу 250-лѣтія его существованія*).

1643 — 1893.

(*Продолженіе* **)

Вскорѣ послѣ Маріотта взялся за изслѣдованіе того же вопроса англійскій ученый Галлей. Въ своей работѣ, озаглавленной: „A discourse of the rule of the decrease of the height of the mercury in the barometer, according as the places are elevated above the surface of the earth", которую онъ представилъ въ Королевское общество въ 1686 году, онъ, подобно Маріотту, представляетъ себѣ атмосферу раздѣленной на нѣсколько слоевъ равнаго вѣса и выводитъ заключеніе, что разности высотъ станцій наблюденій пропорціональны разностямъ логариѳмовъ барометрическихъ высотъ.

Галлей исходилъ изъ слѣдующаго весьма интереснаго геометрическаго разсужденія. По закону Марріота-Бойля $v{:}v'=p'{:}p$, гдѣ v и v' обозначаютъ объемы, а p и p' давленія. Но въ такомъ же отношеніи находятся координаты гиперболы, отнесенной къ ассимптотамъ. Такимъ образомъ (фиг. 16).



Фиг. 16.

$$OP:OQ=QB:PA.$$

Если OP:OQ:OR.... представлаютъ собой давленія или положенія барометра, то PA, QB, RC... выразятъ собою соотвѣтствующіе объемы той же воздушной массы, или, что въ данномъ случаѣ то же самое, высоты того же воздушнаго слоя. Общая высота всѣхъ воздушныхъ слоевъ между дву-

*) Значеніе этого опредѣленія обстоятельно выяснено въ статьѣ г. Попруженко „О Длинѣ" см. „Вѣстникъ, Сем. XI, №№ 2 и 3.

**) См. „Вѣстникъ Оп. Физ." № 182.

мя станціями, которымъ соотвѣтствуютъ положенія барометра OS и OR, очевидно равна суммѣ всѣхъ ординатъ между SD и RC, т. е. равна площади RCDS. Въ равносторонней гиперболѣ площади

$$RCDS : QBCR = \log \frac{OS}{OR} : \log \frac{OR}{OQ}$$

Такъ какъ, однако, площади представляютъ собой высоты H, а абсциссы-барометрическіе отсчеты B, *b*, то

$$H = A \log \frac{B}{b}.$$

Полагая затѣмъ, для опредѣленія постоянной A, удѣльный вѣсъ воздуха равнымъ $1/800$, а воды (по отношенію къ ртути) равнымъ $1/13{,}5$, Галлей опредѣлилъ удѣльный вѣсъ воздуха по отношенію къ ртути и получилъ $1/800.13{,}5$, или $1/10800$. Отсюда онъ вывелъ, что цилиндръ воздуха въ 10800 дюймовъ, или 900 футовъ, долженъ уравновѣсить ртутный столбъ въ 1 дюймъ высоты.

Принимая затѣмъ высоту барометра надъ уровнемъ моря равной 30 футамъ, онъ даетъ слѣдующее правило: высота станціи надъ уровнемъ моря получится, если вычесть логариѳмъ наблюденной высоты *h* барометра изъ логариѳма 30, разность умножить на 900 и раздѣлить на 0,0144765, т. е. высота мѣста надъ уровнемъ моря равна

$$\frac{(\log 30 - \log h)\ 900}{0{,}0144765} \text{ футамъ.}$$

Эта формула представляетъ собой, собственно говоря, остовъ современной; въ ней нѣтъ только поправки на температуру и достаточно точнаго опредѣленія постоянной. Тѣмъ болѣе удивительно, что не только въ свое время, но и значительно позже, она не пользовалась никакимъ авторитетомъ, и для измѣренія высотъ продолжали сочинять до очевидности неправильныя формулы. Такъ, Маральди утверждалъ въ 1703 году, что высоты воздушныхъ слоевъ, начиная съ уровня моря, послѣдовательно равны 61, 62, 63, 64... футамъ.

Подобное правило думалъ установить и Фэйе (Feuillée); еще нѣсколько десятилѣтій спустя Кассини вывелъ изъ нѣсколькихъ наблюденій, произведенныхъ имъ въ Пиренеяхъ, что плотность воздуха пропорціональна квадрату давленія. Даже знаменитый Даніэль Бернулли приводилъ въ своей гидродинамикѣ (1738) не менѣе ошибочную формулу. Лишь Бугэ (1749) сталъ примѣнять формулу Галлея съ незамѣтнымъ измѣненіемъ постоянной, не указывая, впрочемъ, кѣмъ она впервые выведена.

Въ томъ же изслѣдованіи, въ которомъ Галлей выводитъ свою барометрическую формулу (Philosophical Transactions 1686), онъ разсматриваетъ и причины колебаній барометра, предметъ, давшій поводъ къ столькимъ нелѣпымъ гипотезамъ. Такъ, Мартинъ Листеръ (1638—1712), одинъ изъ почтенныхъ петрефактологовъ, полагалъ, что причина этихъ колебаній находится въ самой ртути, которая съеживается при паденіи и выпускаетъ въ пустое пространство часть воздуха, поглощая вновь этотъ послѣдній при поднятіи своемъ.

Еще смѣлѣе высказывается извѣстный въ свое время геологъ Вудвардъ (1665—1728). Въ своемъ „Essay towards a natural philosophy of the earth.“ London 1695 онъ предполагаетъ, что земля наполнена внутри значительнымъ количествомъ воды, пары которой, подымаясь иногда, попеременно то увеличиваютъ, то уменьшаютъ давленіе воздуха, чѣмъ и вызываютъ колебанія барометра. Немногимъ лучше была гипотеза, которую Дэ-ля-Гиръ развивалъ въ Mémoires de Paris 1705 года. Она основывалась на безпочвенномъ предположеніи, будто атмосфера образуетъ сфероидъ, удлиненный по направленію къ полюсамъ, въ силу чего сѣверные вѣтры увеличиваютъ, а южные уменьшаютъ давленіе атмосферы. Выше мы видѣли, какими сложными предположеніями старался Маріоттъ пролить свѣтъ на этотъ вопросъ. Самъ Галлей для объясненія его придумалъ не менѣе произвольную гипотезу, а именно, что вертикальное давленіе атмосферы испытываетъ ослабленіе при горизонтальномъ движеніи вѣтра. Быть можетъ это предположеніе и побудило Гоксби (Hawksbee) произвести чрезвычайно поучительный опытъ, описанный имъ въ „Physico-mechanical experiments,“ London, 1709“. Опытъ заключается въ томъ, что въ шарѣ воздухъ подвергался сжатію до $^1/_3$ или $^1/_4$ первоначальнаго объема, а затѣмъ (чрезъ боковое отверстіе въ чашечкѣ барометра) пропускался надъ поверхностью ртути. Эта послѣдняя опускалась на 2 дюйма, и Гоксби думалъ этимъ опытомъ объяснить паденіе барометра во время бури. Опытъ этотъ интересенъ тѣмъ, что наглядно демонстрируетъ уменьшеніе бокового давленія, которое происходитъ при движеніи жидкостей въ трубкахъ [21]).

Изслѣдованія Маріотта и Галлея о колебаніяхъ барометра нисколько не уяснили этого вопроса, напротивъ того, подали поводъ къ несогласіямъ и пререканіямъ, въ которыя вмѣшался даже Лейбницъ. Споръ, возгорѣйшійся между врачами Рамацини (1633—1714) и Шельгальммеромъ (1649—1716), имѣвшій мѣсто въ 1696—98 годахъ, побудилъ Лейбница высказаться въ томъ смыслѣ, что пары должны быть разсматриваемы, какъ тѣла, увеличивающія вѣсъ атмосферы лишь тогда, когда они несомы этой послѣдней, и что увеличеніе это прекращается тотчасъ же по паденіи паровъ. Для доказательства правильности своей мысли онъ произвелъ слѣдующій опытъ. Привѣсивъ къ одной изъ чашекъ вѣсовъ довольно длинную трубку, наполненную водой, онъ клалъ на поверхность этой послѣдней полый закрытый металлическій шаръ и затѣмъ приводилъ вѣсы въ равновѣсіе. Затѣмъ, открывъ шаръ и впустивъ въ него воды, въ силу чего шаръ погружался, онъ замѣчалъ, что другая чашка вѣсовъ опускалась.[22]) Опытъ этотъ, повторенный знаменитымъ Реомюромъ въ Парижѣ, повидимому, не послужилъ достаточнымъ объясненіемъ, такъ какъ еще въ 1715 году Академія въ Бордо назначила премію за удовлетворительное разъясненіе этого вопроса. Премія была

---

[21]) Даніэль Бернулли изслѣдовалъ эти явленія по отношенію къ несжимаемымъ жидкостямъ (1726) и вновь вернулся къ нимъ въ своей знаменитой гидродинамикѣ (1738). По отношенію къ сжимаемымъ газообразнымъ жидкостямъ они были тщательно наблюдены лишь въ новѣйшее время (см. *P. Ewart*, Erscheinungen beim plötzlichen Ausströmen elastischer Flüssigkeiten. Poggend. Ann. XV, 309).

[22]) *Fischer*, op. cit. Bd. II, S. 437.

присуждена Мэрану (Mairan), который усматривалъ причину колебаній барометра въ вѣтрахъ, главнымъ образомъ въ скорости этихъ послѣднихъ. Нѣкоторые пробѣлы этой работы послужили въ 1722 году темой для полемики между нимъ и Гартсэкеромъ (Hartsoeker).

Гарсинъ, Гамбергеръ, Герстенъ, Кратценштейнъ, Тоальдо и цѣлый рядъ другихъ ученыхъ писали по тому же вопросу, внося однако лишь весьма мало новаго и нагромождая гипотезу на гипотезѣ, что служило къ еще бо́льшей сбивчивости и безъ того неопредѣленныхъ представленій. Послѣдніе два изъ вышеупомянутыхъ ученыхъ предположили, что колебанія барометра зависятъ главнымъ образомъ отъ луны, которая должна, повидимому, производить на атмосферу такое же вліяніе, какъ и на моря. Хотя и нельзя отрицать совершенно этого вліянія, но нельзя ему и придавать исключительнаго значенія, такъ какъ въ такомъ случаѣ колебанія барометра на экваторѣ были бы сильнѣе и правильнѣе, чѣмъ у полюсовъ, между тѣмъ, какъ на самомъ дѣлѣ имѣетъ мѣсто обратное явленіе.

Женевскій физикъ Дэ-Люкъ исходилъ изъ предположенія, что пары легче обыкновеннаго воздуха. Подымающіеся пары, вытѣсняя воздухъ и замѣщая его, уменьшаютъ, такимъ образомъ, общій вѣсъ и заставляютъ ртуть падать. Но онъ самъ впослѣдствіе противорѣчилъ этой своей гипотезѣ [23]). Вслѣдъ за Дэ-Люкомъ цѣлый рядъ ученыхъ: Соссюръ, Кирванъ, Лампадіусъ, Губэ, фонъ-Бухъ, Ла-Шапелль, Ламанонъ и др. занялись изученіемъ вопроса о колебаніяхъ барометровъ. Особенно подробно предался изслѣдованію этого вопроса корреспондентъ Парижской академіи наукъ Луи Коттъ (1740—1815). Размѣры настоящей работы не позволяютъ намъ подробнѣе входить въ разборъ высказаннымъ ими предположеній [24]).

Окончательное выясненіе причины колебаній барометра на одномъ и томъ же пунктѣ можетъ быть отнесено ко второй половинѣ прошедшаго вѣка. Нѣкоторые придерживались того мнѣнія, что, если барометръ падаетъ, то гдѣ нибудь долженъ быть дождь, вслѣдствіе чего воздухъ становится легче. Даніэль Бернулли въ своей гидродинамикѣ призвалъ на помощь даже подземныя пещеры и предполагалъ, что повышающаяся температура, выгоняя воздухъ изъ этихъ пещеръ, вызываетъ поднятіе ртути. Клавдій Ле-Ка (Claude le Cat) далъ въ 1760 году, наконецъ, объясненіе, по которому теплый воздухъ, приносимый южными вѣтрами, какъ болѣе легкій, вызываетъ паденіе барометра [25]).

Немаловажную роль сыгралъ Дэлюкъ въ разработкѣ вопроса объ измѣреніи высотъ,—вопроса, надъ которымъ успѣли уже потрудиться выдающіеся физики того времени: Даніэль Бернулли, Шэйхцеръ, Цельзіусъ, Шобэръ, Іоганнъ Тобіасъ Майеръ, Бугэ и др.

---

[23]) Cp. Mémoire sur les instruments qui sont propres aux expériences de l'air. *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris* an 1740, 1741. *Его-же*: Leçons de physique expérimentale. T. III. Leç.X.

[24]) *Journal de Physique*, T. I. an 2, p. 231. Также: *Gren's* journal der Physik. Bd. III. S. 415 u. ff.

[25]) Желающихъ ознакомиться съ этими теоріями позволяемъ себѣ отослать къ *Fischer'y*, op. cit. Bd. 6, S. 456—479.

Мы переходимъ къ обозрѣнію тѣхъ видовъ, которые принималъ послѣдовательно барометръ, прежде чѣмъ достигнулъ современнаго типа.

Стеклянная трубка, къ которой прибѣгнулъ Торричели для констатированія воздушнаго давленія, получившая по его имени названіе Торричелліевой, сдѣлалась точкой отправленія прибора, назначеніе котораго было измѣрять вѣсъ воздуха[26]). Почти всѣ физики изощрялись надъ усовершенствованіемъ этого прибора, который въ началѣ своего существованія не столько служилъ для измѣренія, сколько для показанія измѣненій воздушнаго давленія: это былъ скорѣе бароскопъ, нежели барометръ. Послѣ нѣсколькихъ непроизводительныхъ попытокъ замѣнить водой ртуть, всѣ механики вновь вернулись къ этой послѣдней и трудились надъ улучшеніемъ Торричелліевой трубки. Эта послѣдняя состояла изъ цилиндрической трубки, съ одного конца запаянной, а другимъ погруженной въ сосудъ со ртутью. Не смотря на всю свою простоту, приборъ этотъ обладалъ тѣмъ неудобствомъ, что трубка не была прикрѣплена къ чашечкѣ со ртутью, такъ что перенесеніе барометра съ мѣста на мѣсто причиняло не мало затрудненій. Помимо этого требовалось значительное количество ртути, что вело къ дороговизнѣ прибора. Эти неудобства попытались устранить тѣмъ, что изогнули одинъ конецъ трубки, придавъ ей видъ сифона, почему и барометръ получилъ названіе сифоннаго. Такъ какъ однако при уменьшеніи атмосфернаго давленія падающая въ длинномъ колѣнѣ ртуть должна поднять ртуть въ короткомъ, что уменьшаетъ высоту паденія, то скоро сифонный барометръ былъ оставленъ, и вновь взялись за Торричелліеву трубку, видоизмѣнивъ ее тѣмъ, что, либо припаивали сосудъ со ртутью къ трубкѣ, либо, изогнувъ нижній конецъ этой послѣдней, выдували его въ шаръ, прикрѣпляя при этомъ барометръ къ доскѣ, на которой и наносилась шкала. Этотъ типъ барометра распространенъ и теперь подъ названіемъ барометра съ чашечкой. Такъ какъ высота ртути колеблется вообще въ предѣлахъ, не превышающихъ 12-и сантиметровъ, представляя такимъ образомъ лишь шкалу небольшаго протяженія, то вскорѣ всѣ усилія были обращены на искусственное ея увеличеніе для большей точности производимыхъ отсчетовъ. Декартъ былъ первымъ, предложившимъ воспользоваться при устройствѣ барометра кромѣ ртути еще [redacted] водой, для полученія болѣе отчетливыхъ отсчетовъ. Предложеніе Декарта упоминается въ письмѣ Шаню, французскаго посланника въ Стокгольмѣ (24/IX 1650) къ Пэрье, шурину Паскаля[27]). Декартъ совѣтуетъ припаять къ обыкновенному барометру сверху стеклянный цилиндрическій сосудъ (фиг. 17), а надъ этимъ послѣднимъ помѣстить тонкую стеклянную трубку, сверху запаянную; барометръ наполнить, по обыкновенію, до черты *a* ртутью, а надъ этой послѣдней налить воды до *d*. Когда при такихъ условіяхъ ртуть поднимется отъ *a* до *c*, то объемъ воды, равный объему *ac* ртути, долженъ подняться въ узкой трубкѣ, занявъ, въ силу меньшаго діаметра этой послѣдней, бóльшую

Фиг. 17.

[26]) Отсюда и барометръ (βάρος—тяжесть [redacted] μέτρον—мѣра).

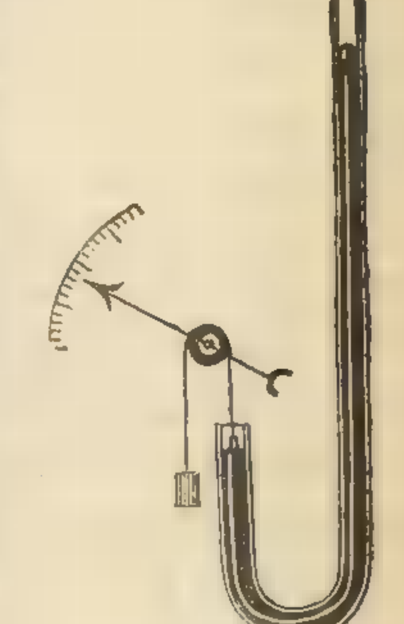
[27]) См. *Ficher*, op. cit. Bd. I. S. 431; *Poggendorff*, op. cit. S. 333.

высоту. Если обозначить діаметръ трубки у точки *a* черезъ B, а у точки *e* черезъ *b*, удѣльный вѣсъ ртути положить равнымъ 14, то увеличеніе показанія выразится формулой

$$\frac{14B^2}{13b^2+B^2}.$$

Если *b* весьма незначительно по сравненію съ B, то maximum увеличенія достигаетъ 14.

Въ 1665 году изобрѣлъ Гукъ свой сифонный барометръ съ гирькой (Radbarometer). Надъ поверхностью ртути въ короткомъ колѣнѣ (фиг. 18) плаваетъ маленькая гирька, которая почти уравновѣшивается другой, нѣсколько меньшей, перекинутой черезъ блокъ, соединенный со стрѣлкой. При поднятіи ртути въ короткомъ колѣнѣ, поднимается и первая гирька, вслѣдствіе чего опускается вторая, заставляя стрѣлку пройти нѣкоторое разстояніе по циферблату, градуированному по сравненію съ показаніями обыкновеннаго барометра. Скоро однако Гукъ убѣдился, что треніе въ различныхъ мѣстахъ лишаетъ барометръ точности показаній.



Фиг. 18.

Изъ числа барометровъ, вызванныхъ желаніемъ увеличить ясность отсчетовъ, нѣкотораго вниманія заслуживаетъ, такъ называемый, косой или діагональный барометръ, изобрѣтеніе котораго приписывается Мушенбрэкомъ англійскому инженеру Морлэнду [28]). Барометръ этотъ, представленный на (фиг. 19), даетъ, какъ видно, возможность производить бо́льшіе отсчеты, такъ какъ длины наклонныхъ больше длинъ соотвѣтствующихъ перпендикуляровъ. Помимо того, что уровень ртути не располагается горизонтально въ наклонной части трубки, изогнутость этой послѣдней увеличиваетъ въ значительной степени треніе, что дѣлаетъ приборъ неособенно пригоднымъ для наблюденія [29]).

Фиг. 19.

О. Пергаментъ (Одесса).

(Продолженіе слѣдуетъ).

[28]) Лейпольдъ (*Fischer*, op. cit. S. 433 *Poggendorff*, op. cit. S. 416) приписываетъ изобрѣтеніе этого барометра извѣстному итальянскому врачу Бэрнардино Рамацини (1633—1714), которому мы обязаны первыми свѣдѣніями объ артезіанскихъ колодцахъ.

[29]) *Fischer*, op. cit. Bd. I. S. 433 по всей вѣроятности упустилъ эти данныя изъ виду при утвержденіи, что приборъ этотъ заслуживаетъ особеннаго вниманія.

ВЫВОДЪ ГИПСОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ ЛАПЛАСА.

Опредѣлить объемъ вертикальной газовой колонны вѣса P, на верхнее основанiе которой производится давленiе p, предполагая что давленiе газа по высотѣ колонны измѣняется непрерывно, увеличиваясь по направленiю сверху внизъ.

Разобьемъ нашу колонну горизонтальными плоскостями по высотѣ на слои одинаковаго вѣса; пусть вѣсъ каждаго слоя p. Число всѣхъ слоевъ, очевидно, $\frac{P}{p} = n$.

Допустимъ, сначала, что давленiе газа въ нашей колоннѣ мѣняется лишь на плоскостяхъ раздѣла, оставаясь постояннымъ по всей высотѣ отдѣльнаго слоя.

При такомъ допущенiи давленiе въ 1-мъ слоѣ сверху будетъ p, во второмъ p плюсъ вѣсъ верхняго слоя, или въ общемъ $2p$, въ третьемъ—$3p$, въ 4-мъ $4p$ и т. д., наконецъ, въ послѣднемъ, n-омъ слоѣ давленiе равно np.

Предположимъ далѣе, что по всей высотѣ колонны примѣнимъ законъ Марiотта; тогда, называя объемы послѣдовательныхъ слоевъ, считая сверху внизъ, соотвѣтственно черезъ $V_1, V_2, V_3, V_4, \dots V_{n-1}, V_n$, можемъ написать:

$$V_1 p = V_2 . 2p = V_3 . 3p = V_4 . 4p = \cdots = V_n\, np.,$$

откуда

$$V_n = \frac{V_1}{n};\ V_{n-1} = \frac{V_1}{n-1}; \dots V_4 = \frac{V_1}{4};\ V_3 = \frac{V_1}{3};\ V_2 = \frac{V_1}{2}.$$

Пусть площадь прямоугольника $ABCD_0$ (фиг. 20) выражаетъ условно объемъ V_1 верхняго слоя, т. е. число квадратныхъ единицъ въ произведенiи $AD_0 \times AB$ пусть будетъ такое, каково число кубическихъ единицъ въ объемѣ V_1.

Объемъ V_2 выразится условно площадью прямоугольника $D_0B_1C_1D_1$, имѣющаго съ прямоугольникомъ ABCD одинаковое основанiе $D_0D_1 = AD_0$ и высоту D_0B_1, равную половинѣ высоты AB.

Объемъ V_3 выразится площадью прямоугольника $D_1B_2C_2D_2$, у котораго $D_1D_2 = AD_0$ и $D_1B_2 = \frac{AB}{3}$.

Фиг. 20.

Объемъ V_4 выразится площадью прямоугольника $D_2B_3C_3D_3$; у котораго $D_2D_3 = AD_0$ и $D_2B_3 = \frac{AB}{4}$.

Подобнымъ образомъ построены прочіе прямоугольники, выражающіе объемы $V_5, V_6 \ldots V_{n-1}, V_n$.

Очевидно, что сумма площадей всѣхъ этихъ прямоугольниковъ, то есть площадь фигуры $BAD_n\,C_n\,C_{n-1}\,C_{n-2} \ldots \ldots C_3C_2C_1C$, представитъ условно объемъ нашей газовой колонны въ предположеніи, что давленіе мѣняется лишь на плоскостяхъ раздѣла между слоями.

Разсматривая фигуру $BAD_n\,C_n\,C_{n-1}\,C_{n-2} \ldots C_3C_2C_1C$, мы видимъ, что точки перегиба $C_n, C_{n-1}, C_{n-2}, C_{n-3} \ldots C_3, C_2, C_1, C$ ломанной, ограничивающей эту фигуру сверху, всѣ лежатъ на равнобочной гиперболѣ. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ

$$D_1C_1 = AE_1 = \frac{AB}{2};\; D_2C_2 = AE_2 = \frac{AB}{3};\; D_3C_3 = AE_3 = \frac{AB}{4} \text{ и т. д.}$$

и $AD_1 = 2AD_0$; $AD_2 = 3AD_0$; $AD_3 = 4AD_0$ и т. д., имѣютъ мѣсто слѣдующія равенства:

$$\begin{aligned} &\text{Площадь } AE_1C_1D_1 = AD_1 \times D_1C_1 = AD_0.D_0C. \\ &\quad,, \qquad AE_2C_2D_2 = AD_2 \times D_2C_2 = AD_0.D_0C. \\ &\quad,, \qquad AE_3C_3D_3 = AD_3 \times D_3C_3 = AD_0.D_0C. \\ &\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\quad,, \qquad AE_n\,C_n\,D_n = AD_n \times D_n\,C_n = AD_0.D_0C. \end{aligned}$$

То есть, принимая точку A за начало координатныхъ осей, имѣемъ, что для точекъ $C_1, C_2, C_3, \ldots C_n$ произведеніе изъ абсциссъ этихъ точекъ $AD_1, AD_2, AD_3, \ldots AD_n$ на ординаты ихъ $D_1C_1, D_2C_2, D_3C_3, \ldots D_n\,C_n$ есть величина постоянная, равная произведенію изъ AD_0, абсциссы точки C, на ея ординату D_0C. Но постоянство произведенія изъ абсциссы точки на ея ординату въ прямоугольныхъ осяхъ характеризуетъ равнобочную гиперболу, отнесенную къ ассимптотамъ, какъ къ осямъ. Чтобы перейти отъ разсмотрѣннаго случая къ тому, который предполагается задачею, то есть когда давленіе газа мѣняется непрерывно, достаточно положить число слоевъ n очень великимъ, но тогда и число точекъ, подобныхъ $C_1, C_2 \ldots$ увеличится и, наконецъ, въ предѣлѣ, когда n сдѣлается очень большимъ, то есть когда давленіе будетъ измѣняться почти совершенно непрерывно, площадь, выражающая объемъ газовой колонны для этого случая, будетъ представлять площадь, ограниченную ординатами, соотвѣтствующими высотамъ прямоугольниковъ, выражающихъ объемы верхняго и нижняго слоевъ, частью оси абсциссъ между этими ординатами и частью равнобочной гиперболы.

Если назовемъ упомянутыя ординаты черезъ $У_n$ и $У_0$, соотвѣтствующія имъ абсциссы черезъ X_n и X_0, то площадь S, представляющая условно объемъ нашей газовой колонны, выразится, какъ извѣстно изъ геометріи, равенствомъ:

$$S = X_0У_0L_n\,\frac{У_n}{У_0}.$$

Въ этомъ выраженіи $X_0У_0$ представляетъ число квадратныхъ единицъ въ площади прямоугольника, который выражаетъ условно объемъ V_1, занимаемый самымъ верхнимъ слоемъ колонны, то есть вѣсомъ p газа, находящагося подъ давленіемъ p.

Отношеніе $\frac{У_n}{У_0}$ можетъ быть видоизмѣнено слѣдующимъ образомъ:

При давленіи p вѣсъ p газа занимаетъ объемъ $X_0У_0$; при давленіи $P=np$, этотъ же вѣсъ p газа займетъ объемъ

$$\frac{X_0У_0}{n}=X_0\frac{У_0}{n}=X_0У_n.$$

Но объемы равныхъ вѣсовъ одного и того-же газа, по закону Маріотта, пропорціональны давленіямъ, а потому:

$$\frac{X_0У_n}{X_0У_0}=\frac{P}{p},\ \text{то есть}\ \frac{У_n}{У_0}=\frac{P}{p}.$$

Если, кромѣ того, принять во вниманіе, что давленія P и p пропорціональны высотамъ ртутныхъ столбовъ H и h, уравновѣшивающимъ ихъ, то наша формула для объема V газовой колонны приметъ слѣдующій видъ:

$$V=v_1 L_n \frac{H}{h}.$$

Примѣнимъ эту формулу къ опредѣленію объема воздушной колонны, съ основаніемъ въ 1 □ метръ между двумя горизонтальными сѣченіями, нижнимъ, въ которомъ давленіе H, и верхнимъ, въ которомъ давленіе h, причемъ предполагается, что давленіе по высотѣ колонны измѣняется непрерывно, возрастая по направленію сверху внизъ.

Для этой цѣли вычислимъ сначала объемъ, занимаемый вѣсовою единицею воздуха, напримѣръ однимъ граммомъ, при давленіи въ одинъ же граммъ. При давленіи въ $76\times13{,}56$ граммовъ одинъ граммъ воздуха занимаетъ объемъ въ $\frac{1}{1{,}292743}$ кубическихъ дециметровъ. При давленіи въ 1 граммъ этотъ же вѣсъ водуха займетъ объемъ въ $\frac{76\times13{,}56}{1{,}292743}$ куб. дециметровъ, или 7989,5 кубическихъ метровъ.

Не трудно видѣть, что число 7989,5 есть постоянная величина представляющая объемъ, занимаемый единицею вѣса воздуха, находящагося подъ давленіемъ, выражаемымъ тою же единицею вѣса. Въ самомъ дѣлѣ, мы нашли, что граммъ воздуха, находящагося подъ давленіемъ въ 1 граммъ, занимаетъ объемъ 7989,5 кубическихъ метровъ. Если будемъ спрашивать, какой объемъ займетъ одинъ килограммъ воздуха подъ давленіемъ въ одинъ килограммъ, то очевидно, придемъ къ заключенію, что хотя въ этомъ случаѣ давленіе на газъ въ 1000 разъ болѣе, чѣмъ въ предыдущемъ случаѣ, но за то въ послѣднемъ случаѣ масса газа въ 1000 разъ болѣе, а потому килограммъ воздуха подъ давленіемъ въ одинъ килограммъ займетъ тоже объемъ въ 7989,5 куб. метровъ. Такимъ образомъ число 7989,5 есть постоянная въ формулѣ, выражающей объемъ воздуха при условіяхъ задачи.

Искомый объемъ V воздушной колонны выразится такъ:

$$V=7989{,}5L_n\frac{H}{h}\ \text{куб. метр.}$$

Чтобы не имѣть дѣла съ Неперовыми логариѳмами, помножимъ число 7989,5 на модуль для перехода отъ Неперовыхъ къ Бригговымъ логариѳмамъ, тогда получимъ окончательно

$$V=18396,5\lg\frac{H}{h}\text{ куб. метр. (I)}$$

Вотъ объемъ нашей колонны. Но такъ какъ площадь сѣченія нашей колонны 1 квадратный метръ, то понятно, что число кубическихъ метровъ въ объемѣ колонны и число линейныхъ метровъ въ ея высотѣ будутъ одинаковы, а потому высота L нашей колонны будетъ:

$$L=18396,5\lg\frac{H}{h}.\text{ (II)}$$

Послѣдняя формула даетъ возможность опредѣлить вертикальное разстояніе между двумя мѣстами, въ которыхъ наблюдены въ одинъ моментъ времени барометрическія давленія H и h.

Однимъ словомъ формула (II) есть гипсометрическая формула Лапласа безъ всѣхъ необходимыхъ поправокъ.

С. Стемпневскій (Пермь).

IX-й съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей.

Послѣдній съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей, имѣвшій мѣсто въ Москвѣ, съ 4-го по 11-е января сего года, привлекъ до 2170 участниковъ, т. е. значительно больше, чѣмъ собиралось на предыдущіе съѣзды. По числу и содержанію докладовъ съѣздъ также долженъ быть признанъ весьма удачнымъ. Кромѣ трехъ общихъ собраній, 4-го, 7-го и 11-го января, было нѣсколько соединенныхъ засѣданій секцій съѣзда съ различными обществами и много засѣданій секцій. Различные музеи, коллекціи, художественныя и научныя учрежденія были открыты для обзора ихъ членами съѣзда. Членами съѣзда были совершены экскурсіи въ Кремль, на городскую бойню, электрическую станцію, водокачалки и др.

Первое общее собраніе было открыто въ 2 ч. дня 4-го января. На этомъ собраніи проф. К. А. Тимирязевъ привѣтствовалъ собравшихся ученыхъ рѣчью „Праздникъ русской науки", въ которой почтенный профессоръ говорилъ о благотворномъ дѣйствіи „живой заразы, живого слова, живой талантливой личности" въ области мысли, о быстромъ ростѣ русской науки, напомнилъ, что не прошло еще и полутора вѣка съ тѣхъ поръ, какъ „первый русскій ученый пришелъ со своего далекаго „сѣвера въ эту самую Москву и, недовольный тѣмъ, что она могла ему предложить, „потянулся далѣе, на югъ, въ Кіевъ, но и тамъ, выражаясь его словами, вмѣсто „математики и физики встрѣтилъ „Аристотелеву схоластику", и заключилъ свою рѣчь воспоминаніемъ о фразѣ, которая была имъ произнесена на прошломъ восьмомъ съѣздѣ: „если XVIII вѣкъ сохранилъ за собой гордое прозвище вѣка разума, „то XIX вѣкъ назовутъ вѣкомъ науки, вѣкомъ естествознанія". Фраза эта дала ему поводъ указать на значеніе и могущество естествознанія,—той „отрасли науки, въ которой русская мысль всего очевиднѣе заявила свою зрѣлость и творческую силу".

Слѣдующая рѣчь „О предметномъ мышленіи съ физіологической точки зрѣнія" была произнесена проф. И. М. Сѣченовымъ. Общей формулой для предметной мысли является простое грамматическое предложеніе, состоящее изъ подлежащаго, сказуемаго и связки. Каждому изъ этихъ трехъ членовъ предложенія соотвѣтствуетъ свой „физіологическій эквивалентъ". Физіологическіе эквиваленты подлежащаго и сказуемаго суть „раздѣльныя реакціи упражненнаго органа чувствъ на сложное

„внѣшнее воздѣйствіе". Связка выражаетъ соотношеніе между подлежащимъ и сказуемымъ. Всѣ соотношенія могутъ быть подведены подъ три категоріи: совмѣстное существованіе (идея пространства), послѣдованіе (идея времени) и сходство. Физіологическій эквивалентъ связки есть такъ называемое „мышечное чувство" и связкѣ всегда соотвѣтствуетъ двигательная реакція органа чувствъ, входящая въ составъ акта воспріятія. Повороты глазъ и головы даютъ намъ возможность судить о взаимномъ положеніи точекъ пространства и о скорости ихъ перемѣщенія. Въ сужденіи же о сходствѣ главную роль играетъ память.

Послѣ И. М. Сѣченова проф. С. Н. Виноградскій въ весьма интересной рѣчи: „Круговоротъ азота въ природѣ" изложилъ результаты своихъ продолжительныхъ работъ надъ микроорганизмами, жизнедѣятельностью которыхъ обусловливаются превращенія азотистыхъ соединеній въ почвѣ.

Засѣданіе закончилось рѣчью проф. Н. А. Умова: „Вопросы познанія въ области физическихъ наукъ", въ которой лекторъ далъ очеркъ главнѣйшихъ направленій въ физикѣ, начиная съ XVII столѣтія.

Во время перерыва на этомъ же засѣданіи были произведены выборы должностныхъ лицъ съѣзда. Предсѣдателемъ съѣзда былъ избранъ К. А. Тимирязевъ, вице-предсѣдателями— Ѳ. Ѳ. Петрушевскій и Н. Н. Бекетовъ.

Второе общее собраніе состоялось 7-го января. Открылось оно рѣчью академика Карпинскаго „Объ общемъ характерѣ колебаній земной коры въ предѣлахъ Европейской Россіи". Затѣмъ слѣдовали рѣчи проф. В. Я. Данилевскаго: „Чувство и жизнь" и А. Колли: „Микроорганизмы съ химической точки зрѣнія". Сдѣлавъ бѣглый очеркъ важнѣйшихъ свойствъ микроорганизмовъ и главныхъ фазисовъ ихъ жизни, лекторъ указалъ на то, что всѣ наблюдаемыя на бактеріяхъ явленія вполнѣ объясняются физико-химическими свойствами ихъ вещества и что, слѣдовательно, жизнь въ простѣйшихъ формахъ своего проявленія естъ лишь рядъ физическихъ и химическихъ явленій, нисколько не отличающихся отъ тѣхъ, которыя наблюдаются надъ мертвой матеріей. Такимъ образомъ бактерія не есть существо, а вещество. Виталистическую теорію лекторъ считаетъ не только ложной, но даже вредной, тормозящей поступательное движеніе науки.

Третье и послѣднее общее собраніе состоялось 11-го января. Рѣчь академика Бекетова: „О химической энергіи въ природѣ" еще не напечатана. Проф. Цингеръ въ рѣчи „О недоразумѣніяхъ во взглядахъ на основанія геометріи" говорилъ противъ направленія геометріи, ведущаго свое начало отъ воображаемой геометріи Лобачевскаго. Къ сожалѣнію, содержаніе этой рѣчи намъ неизвѣстно. Проф. М. А. Мензбиръ говорилъ „О современномъ направленіи въ біологіи", а проф. Чупровъ „О статистикѣ, какъ связующемъ звенѣ между естествовѣдѣніемъ и обществовѣдѣніемъ".

Кромѣ общихъ собраній было нѣсколько соединенныхъ засѣданій съѣзда и его секцій съ различными обществами, соединенныя засѣданія различныхъ секцій съѣзда и многочисленныя засѣданія секцій, въ которыхъ и лежитъ центръ тяжести съѣзда. 4-го января состоялось соединенное засѣданіе секціи агрономіи и Императ. Моск. Общ. Сельск. Хозяйства; 6-го января—соединенное засѣданіе съѣзда и Имп. Общ. Любителей Естествознанія, Антропологіи и Этнографіи. Послѣ краткой рѣчи президента общества Д. Н. Анучина проф. А. И. Воейковъ прочелъ рефератъ: „Колебанія и измѣненія климата". Указавъ на противорѣчіе между утвержденіемъ опытныхъ хозяевъ черноземной полосы, что климатъ измѣняется и становится менѣе благопріятнымъ для хозяйства, и мнѣніемъ метеорологовъ, обыкновенно отрицающихъ существенныя измѣненія климата, референтъ объяснилъ это противорѣчіе тѣмъ, что большая часть метеорологическихъ наблюденій производится въ городахъ, гдѣ, особенно лѣтомъ, температура выше, влажность меньше, чѣмъ въ поляхъ и лѣсахъ. Существуютъ наблюденія, дѣйствительно указывающія на измѣненія климата: такъ, въ большой части Азіи высыхаютъ озера; благодаря дѣятельности человѣка уменьшается площадь лѣсовъ, болотъ и вообще мѣстъ, гдѣ условія способствуютъ пониженію температуры лѣта и повышенію влажности. Такимъ образомъ, если за историческое время солнечная радіація и не измѣнилась, то мѣстныя измѣненія климата все же существуютъ. Въ геологическія же эпохи климатъ несомнѣнно измѣняется. Такъ, есть основанія думать, что въ эоценовую эпоху солнечный свѣтъ заключалъ въ себѣ больше фіолетовыхъ и синихъ лучей, которые сильнѣе поглощаются воздухомъ, чѣмъ господствующіе нынѣ красные лучи. Воздухъ нагрѣвался тогда сильнѣе, а это вызывало болѣе живой обмѣнъ между тропиками и высокими широтами, что, въ свою очередь, вліяло на нагрѣваніе высокихъ широтъ

по крайней мѣрѣ на берегу морей; такъ какъ на материкахъ и тогда господствовало высокое давленіе, то они не могли особенно согрѣваться теплыми тропическими вѣтрами.—Проф. А. В. Клоссовскій сдѣлалъ докладъ „О специальномъ метеорологическомъ изученіи Россіи“, въ которомъ между прочимъ подробно развилъ идею изслѣдованія Россіи по районамъ, соотвѣтственно мѣстнымъ условіямъ. — Проф. А. А. Тихомировъ сдѣлалъ сообщеніе: „Современныя задачи эмбріологіи“. 6-го же января состоялось и соединенное засѣданіе подсекціи статистики и статистическаго отдѣленія Моск. Юридич. Общества.

Особенно интереснымъ было соединенное засѣданіе секціи физики, математики и химіи съ отдѣленіемъ физическихъ наукъ Общ. Любит. Естествознанія, Антропологіи и Этнографіи 7-го января, подъ предсѣдательствомъ проф. Ѳ. Ѳ. Петрушевскаго. На засѣданіи этомъ проф. Н. Е. Жуковскій сдѣлалъ сообщеніе „О новомъ выдающемся открытіи въ области воздухоплаванія“, въ которомъ говорилъ о новомъ аэропланѣ Лиліенталя *) и демонстрировалъ весьма удачную модель аэроплана, придуманную г. Нежановскимъ. Снарядъ этотъ пролеталъ черезъ всю залу надъ слушателями.—Профессоръ А. П. Соколовъ говорилъ „О химическихъ реакціяхъ въ холодѣ“ и демонстрировалъ нѣкоторыя изъ этихъ реакцій на экранѣ. — В. Ѳ. Лугининъ и И. А. Каблуковъ сдѣлали сообщеніе: „О теплотахъ, выдѣляемыхъ при соединеніи брома съ нѣкоторыми ненасыщенными органическими соединеніями“, причемъ В. Ѳ. Лугининъ демонстрировалъ калориметрическую бомбу Бертло.

(Продолженіе слѣдуетъ).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

По случаю предстоящей въ 1894 году всемірной научно-художественно-промышленной выставки въ г. Антверпенѣ, въ г. Брюсселѣ въ августѣ мѣсяцѣ соберется **международный конгрессъ по химіи.** Желающимъ принять участіе въ этомъ конгрессѣ слѣдуетъ обращаться къ секретарю его F. Sachs'y (Bruxelles, rue d'Allemagne, 68).

Въ засѣданіи Парижской Академіи наукъ 6/18 декабря прошлаго года назначены на 1894 годъ на соисканіе премій, между прочимъ, слѣдующія темы:

1. Пополнить теорію деформаціи поверхностей въ существенномъ ея пунктѣ. Премія 3000 фр. Срокъ 1 окт. 1894 г. (Grand prix des sciences mathématiques).

2. Изученіе задачъ аналитической механики, допускающихъ алгебраическіе интегралы по отношенію къ скорости, и въ особенности квадратичные интегралы. Премія 3000 фр. Срокъ 1 окт. 1894 г. (Prix Bordin).

3. Усовершенствованіе теоріи соотношенія между ременнымъ шкивомъ и регуляторомъ. Премія 500 фр. Срокъ 1 іюня 1895 г. (Prix Fourneyron).

4. Усовершенствовать настолько методы вычисленія возмущеній въ движеніи малыхъ планетъ, чтобы возможно было опредѣлять ихъ положенія съ точностью до нѣсколькихъ дуговыхъ минутъ для періода въ 50 лѣтъ; дать числовыя таблицы, дающія возможность быстро получать главныя возмущенія. Премія 1500 фр. Срокъ 1 іюня 1894 г. (Prix Damoiseau).

5. Требуется поставить во взаимную связь различныя появленія кометы Halley'я отъ 1456 г., пользуясь теоріей возмущеній и принимая во вниманіе притяженіе Нептуна. Вычислить точно ближайшее слѣдующее появленіе кометы въ 1910 г. Премія 1500 фр. Срокъ 1 іюня 1896 т. (Prix Damoiseau).

6. Обработать теорію возмущеній Гиперіона, спутника Сатурна, открытаго въ 1848 г. одновременно Бондомъ и Ласселемъ, преимущественно беря въ разсчетъ

*) Будетъ описанъ въ „Вѣстникѣ“.

дѣйствіе Титана. Сравнить наблюденія съ теоріей и вывести изъ нихъ значеніе для массы Титана. Премія 1500 фр. Срокъ 1 іюня 1898 г. (Prix Damoiseau).

7. Изучить, главнымъ образомъ экспериментально, физическія и механическія причины, обусловливающія существованіе вращательной способности прозрачныхъ тѣлъ. Премія 4000 фр. Срокъ 1 іюня 1894 г. (Prix Vaillant).

8. Усовершенствованіе теоріи и практики геодезическихъ и топографическихъ методовъ измѣренія. Премія 4000 фр. Срокъ 1 іюня 1896 г. (Prix Vaillant).

9. Изслѣдованіе подземныхъ водъ, ихъ происхожденія, направленія, земныхъ слоевъ, ими проходимыхъ, ихъ состава и живущихъ въ нихъ растеній и животныхъ. Премія 2500 фр. Срокъ 1 іюня 1894 г. (Prix Gay).

10. Изслѣдовать явленія дождя и снѣга на всей поверхности земли. Премія 2500 фр. Срокъ 1 іюня 1895 г. (Prix Gay).

Вѣнское фотографическое общество присудило проф. Фогелю въ Берлинѣ золотую медаль.

ЗАДАЧИ.

(Третья серія).

№ 13. Показать, что три соотвѣтственныхъ терціаны треугольника ABC, образуютъ треугольникъ abc, подобный треугольнику ABC, и что площадь треугольника ABC въ семь разъ больше площади треугольника abc *).

NB. Терціанами мы называемъ прямыя, соединяющія вершину треугольника съ точками, дѣлящими противоположную сторону на три равныя части.

В. Гернетъ (Одесса).

№ 14. Около круга даннаго радіуса R описана равнобедренная трапеція; найти minimum полной поверхности и объема тѣла, получаемаго при вращеніи этой трапеціи около большаго изъ ея основаній.

С. Гирманъ (Варшава).

№ 15. Черезъ точку A на окружности проведены хорды AB и AC. На продолженіи хорды AC взята точка x такъ, что разстояніе ея отъ хорды AB равно хордѣ AB, а на продолженіи хорды AB взята точка y такъ, что разстояніе ея отъ хорды AC равно хордѣ AC. Показать, что разстояніе xy есть величина постоянная.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 16. Данъ треугольникъ. Центры внѣвписанныхъ въ него круговъ O_1, O_2, O_3 соединены прямыми. Выразить площадь треугольника $O_1O_2O_3$ въ функціи сторонъ даннаго треугольника и радіуса круга описаннаго.

А. Петровъ (Красноярскъ).

*) Задача эта стоитъ въ связи съ задачей № 511 (2-й серіи), напечатанной въ № 169 „Вѣстника“, на которую еще не было получено рѣшеній.

№ 17. Въ плоскости даны четыре прямыя. Найти въ той же плоскости такую точку, чтобы точки пересѣченія прямыхъ, проведенныхъ изъ нея подъ однимъ угломъ къ каждой изъ данныхъ прямыхъ, съ данными прямыми лежали на одной прямой.

П. Хлѣбниковъ (Тула).

№ 18. Опредѣлить сумму n членовъ

$$\mathrm{tg}a.\mathrm{tg}b+\mathrm{tg}b.\mathrm{tg}c+\mathrm{tg}c.\mathrm{tg}d+\ldots.+\mathrm{tg}u.\mathrm{tg}v,$$

если $a, b, c, d, \ldots u, v$ составляютъ ариѳметическую прогрессію.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

МАЛЕНЬКІЕ ВОПРОСЫ.

№ 5. Какъ извѣстно, два симметричныхъ треугольника не могутъ быть совмѣщены передвиженіемъ ихъ въ той плоскости, въ которой они лежатъ. Какимъ образомъ должно разрѣзать одинъ изъ этихъ треугольниковъ на такія три части, чтобы передвиженіемъ ихъ въ ихъ же плоскости совмѣстить оба треугольника?—На какія части слѣдуетъ разрѣзать одинъ изъ двухъ симметричныхъ многоугольниковъ, чтобы по частямъ, при томъ же условіи, совмѣстить его съ другимъ?

(Заимств.) *В. Г.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ [redacted] (2 сер.). Помощью одного циркуля найти двѣ точки, принадлежащія сторонамъ прямого угла, вершина котораго лежитъ въ точкѣ A.

1. Изъ произвольной точки описываемъ окружность, проходящую черезъ точку A, и откладываемъ по ней отъ точки A въ одну сторону радіусъ до точки N, а въ другую—два радіуса до точки M. Точки M и N суть, очевидно, искомыя.

2. Изъ точки A произвольнымъ радіусомъ описываемъ окружность и отъ произвольной ея точки M откладываемъ по ней дважды радіусъ до точекъ P и Q. Описавъ изъ точекъ P и Q однимъ и тѣмъ же радіусомъ дуги, получимъ въ ихъ пересѣченіи точку N, удовлетворяющую вмѣстѣ съ точкою M условію задачи.

К. Щиголевъ (Курскъ); *Л. Заржецкій* (Обольцы); *Р. Эйхлеръ* (Варшава); *С. Адамовичъ* (с. Спасское); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка).

№ 505 (2 сер.). Рѣшить уравненіе $2\mathrm{sn}3x=3\cos x+\cos 3x$.

Такъ какъ

$$\mathrm{sn}3x=3\mathrm{sn}x-4\mathrm{sn}^3x \text{ и } \cos 3x=4\cos^3x-3\cos x,$$

то данное ур. можетъ быть представлено такъ:

$$2\operatorname{sn}x(3\cos^2x-\operatorname{sn}^2x)=4\cos^3x;$$

сокращая на 2 и дѣля обѣ части на $\cos^3x$, получимъ:

$$3\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}^3x-2=0, \text{ или } (\operatorname{tg}x-1)(\operatorname{tg}^2x+\operatorname{tg}x-2)=0,$$

откуда

1) $\operatorname{tg}x=1$ и $x=n\pi+45^0$;

2) $\operatorname{tg}^2x+\operatorname{tg}x-2=0$; $\operatorname{tg}x=-{}^1/_2\pm{}^3/_2$ и $x=n\pi-63^026'5'',5$.

Я. Тепляковъ (Радомысль); *А. Треумовъ*, *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *К. Геншель*, *К. Щиголевъ* (Курскъ); *В. Шидловскій* (Полоцкъ); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *А. Варенцовъ* (Ростовъ н. Д.); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка); *П. Ивановъ* (Одесса).

№ 507 (2 сер.). Рѣшить уравненіе $2x^3-x^2=1$.

Представивъ данное ур. въ видѣ

$$x^2(x-1)+(x-1)(x^2+x+1)=0,$$

разобьемъ его на два уравненія:

1) $x-1=0$, откуда $x_1=1$;

2) $2x^2+x+1=0$, откуда $x_{2,3}=\dfrac{-1\pm\sqrt{-7}}{4}$.

Я. Полушкинъ (с. Знаменка); *С. Бабанская*, *А. Васильева*, *К. Исаковъ* (Тифлисъ); *К. Геншель*, *К. Щиголевъ*, *П. Писаревъ*, *Н. Щекинъ*, *Е. Краснитская* (Курскъ); *А. Треумовъ*, *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *Р. Эйхлеръ*, *С. Окуличъ* (Варшава); *В. Шидловскій* (Полоцкъ); *В. Хардинъ* (Самара); *А. Охитовичъ* (Сарапулъ); *О. Озаровская* (Спб.); *Я. Тепляковъ* (Радомысль); *П. Хлѣбниковъ* (Тула); *П. Ивановъ* (Одесса).

№ 525 (2 сер.). Показать, что если 3^{n-1} есть сумма трехъ квадратовъ, то 3^n есть сумма четырехъ квадратовъ.

Если въ тожествѣ

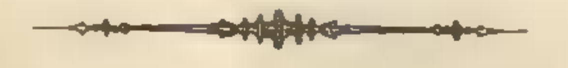
$$3(a^2+b^2+c^2)=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2+(a+b+c)^2$$

положимъ $a^2+b^2+c^2=3^{n-1}$, то

$$3^n=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2+(a+b+c)^2.$$

П. Бѣловъ (с. Знаменка).

ОСТАЛИСЬ НЕРѢШЕННЫМИ изъ предложенныхъ въ XIII, XIV и XV семестрахъ задачи: 380, 381, 394, 402, 418, 425, 426, 439, 444, 453, 461, 467, 490, 493, 511, 529, 530, 532, 533, 545, 548, 554, 556, 560, 564, 569, 575, 577, 578, 579, 584, 591.



Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 10-го Февраля 1894 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

БИБЛIОГРАФИЧЕСКIЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ НѢМЕЦКИХЪ ИЗДАНIЙ.

Чистая математика.

Study, E. Sphärische Trigonometrie, ortogonale Substitutionen und elliptische Funktionen. Eine analytisch-geometrische Untersuchung. Lpz. 5,00.

Thomae. Die Kegelschnitte in rein projektiver Behandlung. Halle. 6,00.

Focke, Prof. u. Dr. *Krass.* Leitfaden zur Einführung in die Stereometrie und Trigonometrie. Münster. 0,50.

Killing, Prof., Dr. Einführung in die Grundlagen der Geometrie. Paderborn. 7,00.

Repetitorium, kurzes, der Mathematik. I. Tl. Differentialrechnung, Wien. 1,10.

Speckmann. Beiträge zur Zahlenlehre. Oldenburg. 2,00.

Bussler, gymn.-Prof. Die Elemente der Mathematik, für das Gymnasium bearbeitet. 2 Tle. 1 Pensum f. IV—U. II.—II. Pensum für O. II u. I. Dresden. 3,70.

Jelinek, Oberrealschul.-Prof. Mathematische Tafeln für techn. Anstalten, bes. für höhere Gewerbeschulen. Wien. 2,40.

Thannabaur. Oberrealschul-Prof. Berechnung von Renten und Lebensversicherungen. An der Hand von Beispielen erläutert. Wien. 3,00.

Dölp, weil. Prof., Dr. Die Determinanten, nebst Anwendung auf die Lösung algebraischer und analytisch-geometrischer Aufgaben. Elementar behandelt. 4. Aufl. Darmstadt. 2,00.

Heilermann, Dir., Dr. u Dir., Prof., Dr. *Diekmann.* Lehr-und Uebungsbuch f. d. Unterricht in der Algebra. 1. Tl. 6. Aufl. Essen. 2,25.

Hauck, Dr. Lehrbuch der Arithmetik. 3. Aufl. Nürnberg. 1,20.

Riess, weil. Prof. Grundzüge der darstellenden Geometrie. 2. Aufl. Stuttgart. 2,80.

Deter, Dr. Repetitorium der Differential-und Integralrechnung. 3. Aufl. Berlin. 2,00.

Močniks's geometrische Formenlehre für die 1. Klasse der Realschulen. Bearb. von Landesschulinsp., Dr. Maurer. 2. Aufl. Lpz. 0,90.

Foth, Majora D., Anfangsgründe der Zahlen-und Raumgrössenlehre. 4. Aufl. Hannover. 2,50.

Прикладная математика.

Rusch, Sem.-Prof. u. *A. Wollensack.* Beobachtuugen, Fragen und Aufgaben aus dem Gebiete der elementaren astronomischen Geographie. 2. Aufl. Wien. 0,80.

Физика.

Schollmeyer. Was muss der Gebildete von der Elektrizität wissen? Gemeinverständl. Belehrung über die Kraft der Zukunft. Neuwied. 1,50.

Gänge, Doc., Dr. Anleitung zur Spektralanalyse. Lpz. 2,00.

Dressler, L. Zur Orientierung in der Energielehre. Münster. 1,00.

Mühlau, Dr. Grundriss der Physik und Meteorologie. Ein Leitfaden, insbes. für Landwirtschaftsschulen. Lpz. 1,00.

Arndt, Prof., Dr. Kraft und Kräfte. Greifswald. 1,50.

Oettel, Dr. Anleitung zu elektrotechnischen Versuchen. Freiberg. 4,00.

Jäger, Prof. a D. Dr. *Gustav.* Wetteransagen und Mondwechsel. Stuttgart. 3,00.

Koerber, Oberl. Dr. u. *P. Spies.* Physik. Berlin. 4,00.

Maiss, Oberrealsch. Prof. Aufgaben über Elektrizität und Magnetismus. Wien. 2,40.

Voller, Dir., Prof., Dr. Die Grundlehren der Elektrizität mit bes Rücksicht auf die Praxis der elektr. Beleuchtung. Hamburg. 1,25.

Zimmer. Ueber das Wesen der Naturgesetze. Giessen. 2,00.

Fornaschon. Ueber Irrlichter. Güstrow. 0,20.

Hellmann, Prof., Dr. Schneekrystalle. Beobachtungen und Studien. Berlin. 6,00.

Urbanitzky, Dr. Die Elektrizität im Dienste der Menschheit. Eine populäre Darstellung der magnetischen und elektrischen Naturkräfte und ihrer praktischen Anwendung. 2. Aufl. Wien. In 25 Lfgn. à 0,50.

Reis, Prof., Dr. Lehrbuch der Physik. Einschliesslich der Physik des Himmels (Himmelskunde), der Luft (Meteorologie) und der Erde (phys. Geographie). 8. Aufl. Mit 849 Aufgaben nebst Lösungen. Lpz. 9,00.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ
НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Вороновъ, А. Собраніе ариѳметическихъ задачъ, въ 2-хъ частяхъ. Часть 1-я (цѣлыя числа). Изд. 9-е. Д. Полубояринова. Спб. 1893. Ц. 30 к.

Ляндсбергъ, Д. Самоучитель двойной (итальянской) бухгалтеріи, съ помощью котораго въ теченіе 15 дней можно основательно изучить искусство веденія коммерческихъ книгъ безъ посторонней помощи и указанія и такимъ образомъ пріобрѣсть всѣ познанія, необходимыя для бухгалтера теоретика и практика. Часть I—теорія. Часть II—практика. Одесса. 1893. Ц. 75 к.

Микроскопъ и его употребленіе. Краткое руководство къ общей микроскопической техникѣ. (Составлено примѣнительно къ программѣ полукурсового испытанія на медицинскомъ факультетѣ). Съ 36 рисунками. Изд. Я. Шефтеля и С. Пистермана. Кіевъ. 1893.

Сабининъ, проф. Курсъ варіаціоннаго исчисленія. Москва. 1893. Ц. 3 р.

Фишманъ, Л. Краткое руководство ариѳметики и сборникъ ариѳметическихъ задачъ для начальнаго преподаванія. Часть I. (Четыре дѣйствія съ цѣлыми отвлеченными числами). Изд. 4-е К. Зихманъ. Рига. 1893. Ц. 20 к.

Фламмаріонъ, К. Свѣтопреставленіе. Астрономическій романъ. (Съ иллюстраціями). Изд. редакціи журнала „Вѣстникъ иностранной литературы." Спб. 1894. Ц. 75. к.

Яновскій, С. Г. Энергія и ея превращенія. Рѣчь, читанная на годичномъ актѣ въ кіевской 2-й гимназіи. Кіевъ. 1893.

Вильдъ, Г. И. Лѣто 1892 года и зима 1892—1893 года въ С.-Петербургѣ. Спб. 1893.

Вильке, А. Электричество, его источники и примѣненія въ промышленности. Вып. IV и V. Перевелъ и дополнилъ Д. Головъ. Изд. Ф. Щепанскаго. Спб.

Геричъ, А. Опытъ классификаціи гальваническихъ элементовъ. Одесса. 1893.

ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

I. Ѳеодорову (Тамбовъ).—Рѣшеніе задачи № 1 не въ очередь, предложенной въ № 5 „Журнала Элем. Математики" за 1885 годъ было напечатано въ № 1 „Вѣстника Оп. Физики" (I сем., стр. 20).

А. Варенцову (Ростовъ на Д.). — До сихъ поръ никто изъ преподавателей и слушателей педагогическихъ физико-математическихъ курсовъ не издавалъ лекцій, читанныхъ на курсахъ, кромѣ проф. Шведова, лекціи котораго печатаются въ „Вѣстникѣ" и выйдутъ отдѣльной брошюрой.

П. Бахметьеву (Софія).—Будетъ напечатано.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики" проситъ г.г. рѣшающихъ и предлагающихъ задачи присылать рѣшенія напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ" задачъ на отдѣльныхъ листкахъ, **не соединяя ихъ съ предлагаемыми для рѣшенія задачами.** Лица, предлагающія задачи, приглашаются присылать вмѣстѣ и краткія ихъ рѣшенія.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики" проситъ своихъ сотрудниковъ дѣлать чертежи къ статьямъ возможно тщательно **на отдѣльныхъ бумажкахъ**, а не въ текстѣ рукописи и отмѣчать желаемое число отдѣльныхъ оттисковъ **на самой статьѣ.**

БИБЛIОГРАФИЧЕСКIЙ ЛИСТОКЪ
НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНIЙ.

Абаза, К. К. Ариѳметика для солдатъ. Цѣлыя числа. Именованныя числа. Понятіе о дробяхъ. Въ текстѣ помѣщено 200 задачъ. Изд. 5-е, исправленное, В. Березовскаго. Спб. 1894. Ц. 25 к.

Аппельротъ, Г. Г. Задача о движеніи тяжелаго твердаго тѣла около неподвижной точки (Общія изслѣдованія. Движеніе въ случаѣ, открытомъ С. В. Ковалевской). Москва. 1893.

Блюмбергъ, Я. Сборникъ геометрически-тригонометрическихъ задачъ для VII и VIII классовъ гимназій. Спб. 1893. Ц. 40 к.

Вишневскій, Г. М. Записки по методикѣ элементарной ариѳметики. Руководство для учительскихъ семинарій, институтовъ, VIII кл. женскихъ гимназій, учителей и учительницъ начальныхъ училищъ. Изд. 3-е, исправл. и дополненное книжн. маг. бр. Башмаковыхъ. Казань. 1894. Ц. 65 к.

Шенрокъ, А. Замѣчательное пониженіе температуры въ С.-Петербургѣ и его окрестности 11-го февраля 1893 г. Спб. 1893.

Отчетъ по главной физической обсерваторіи за 1892 годъ, представленный академіи наукъ директоромъ Г. И. Вильдомъ. (Приложеніе къ LXXIII-му тому записокъ Имп. академіи наукъ. № 9). Спб. 1893. Ц. 1 р.

Ремзенъ, Ира, проф. Введеніе въ изученіе химіи. Переводъ съ нѣмецкаго изданія, переработаннаго К. Зейбертомъ, прив.-доц. Н. Н. Володкевича. Кіевъ. 1893. Цѣна 2 р.

Реформатскій, С. Н., проф. Начальный курсъ органической химіи. Сост. по программѣ полукурсовыхъ испытаній на медицинскомъ факультетѣ университета Св. Владиміра. Кіевъ. 1893. Ц. 1 р. 50 к.

Слешинскій, И. Логическая машина Джевонса. (Отд. оттискъ изъ журнала „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики“). Одесса. 1893.

Сусловъ, Г. К., проф. Примѣры на движеніе гороскопическихъ тѣлъ (Stéphoscope de M. Gruey). (Оттискъ изъ „Университетскихъ Извѣстій“ за 1893 годъ). Кіевъ. 1893.

Ціолковскій, К. Аэростатъ металлическій управляемый. Выпускъ 2-й. Съ таблицею чертежей къ 1-му выпуску. Калуга. 1893. Ц. 75 к.

Кадіа, Е. и *Дюбостъ, Л.* Практическое руководство къ примѣненію электричества въ промышленности. (Единицы и измѣренія. Источники электричества. Электрическое освѣщеніе. Электрическая передача работы. Гальванопластика и электрометаллургія. Телефонія). Перевелъ съ 4-го изданія „Traité pratique d'électricité industrielle par E. Cadiat et L. Dubost“ К. де-Шаріеръ. Русское изданіе 3-е К. Риккера. Съ 257-ю чертежами въ текстѣ. Спб. 1894. Ц. 5 р.

Костинскій, Сергѣй. Объ измѣненіи астрономическихъ широтъ. (Съ одной таблицей) (Приложеніе къ LXXIII-му тому „Записокъ Имп. академіи наукъ“. № 10). Спб. 1893. Ц. 1 р.

Лёббокъ, Джонъ. Красоты природы и ея чудеса. Переводъ съ англ. Изд. М. Клюкина. Спб. 1894. Ц. 65 к.

Лѣтописи главной физической обсерваторіи, издаваемыя Г. Вильдомъ. 1892 годъ. Часть II. Метеорологическія наблюденія по международной системѣ станцій 2-го разряда въ Россіи. Спб. 1893.

Труды приднѣпровской метеорологической сѣти. Томъ I, вып. 7. Урожай хлѣбовъ въ бассейнѣ Днѣпра въ 1893. П. И. Броуна (Оттискъ изъ „Университетскихъ Извѣстій“ за 1893 г.). Кіевъ. 1893.

Штанге, А. Способъ упрощеннаго умноженія и таблица произведеній на простые множители всѣхъ, произвольной величины, чиселъ отъ нуля до безконечности. Спб. 1893. Ц. 80 к.

Бугаевъ, Н. В. Алгебраическіе частные интегралы дифференціальныхъ уравненій. Изд. московскаго математическаго общества, состоящаго при Имп. московскомъ университетѣ (Математическій сборникъ. Т. XVII). Москва. 1893. Ц. 50 к.

Зейлигеръ, Д. Н., прив.-доц. Каз. унив. Къ теоріи движенія подобно-измѣняемаго тѣла. О дѣйствіи одной мгновенной силы. Казань. 1893.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ
НОВѢЙШИХЪ ФРАНЦУЗСКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Математика.

Arnoux, V. Deux mille cinq cents problèmes d'arithmétiques et de géométrie pratique. Problèmes d'examen. Livre du maître. Paris. 1894. 2 fr.

Fleury, H. L'Analyse infinitésimale sans limites ni infiniment petits. Paris. 1894.

Laisant, G. A. Recueil de problèmes de mathématiques (Géométrie et Géométrie descriptive), à l'usage des classes de mathématiques élémentaires. Paris. 1894. 5 fr.

Launay, L. Premiers éléments d'algèbre, contenant les matières indiquées par les derniers programmes officiels pour les classes de lettres de l'enseignement secondaire clsssique. Avec nombreuses fig. et plus de quatre cents problèmes. Paris. 1894. 3 fr.

Физика, астрономія, физ. географія, метеорологія.

Delestre, P. F. P. L'Organisme des cieux, d'après les glus récents progrès de la science. 3-e édition. Paris. 1894, fr. 2,50.

Meunier, S. Notice historique sur la collection de météorites du Muséum d'histoire naturelle. Paris. 1894

Observatoire astronomique, chronométrique et météorologique de Besançon. Cinquième Bulletin chronométrique, publié par M. L. I. Gruey, directeur de l'observatoire. Besançon. 1894.

Philippe, C. Notice sur la vie et les travaux de l'astronome Bouvard. Annecy. 1894.

Aignan, A. Sur le pouvoir rotatoire spécifique des corps actifs dissous (thèse). Bordeaux. 1894.

Dufailly, I. Problèmes de physique. Recueil de principes, formules et exercices, à l'usage des candidats au baccalauréat ès sciences. 10-e édition. Paris. 1894.

Duponchel, A. La Circulation des vents et de la pluie dans l'atmosphère. Paris. 1894.

Janssen, J. Un observatoire au Mont-Blanc, conférence Lille. 1894.

Lefèvre, J. Recherches sur les diélectriques (thèse). Nantes. 1894.

Le Maout, C. Causes physiques et accidentelles des inondations du mois de mai 1856. Exposé de la doctrine des condensations. Cherbourg. 1894.

Lephay, L. Indication et Contrôle de la route au compas par repères lumineux; Description d'un nouveau compas et Instructions pratiques. Paris. 1894.

Lucas, F. Transformation des courants continus en courants alternatifs. Paris. 1894.

Marie, T. Recherches sur le pouvoir rotatoire de la caséine en solutions salines neutres (thèse). Toulouse. 1894.

Schoentjes. Cours de physique expérimentale de l'Université de Gand. Chaleur, magnétisme, électricité, lumière et chaleur rayonnante. Gand. 1893. fr. 10.

Pardy, F. La Débâcle du glacier de Tête-Rousse. Bourg. 1894.

Annuaire des marées des côtes de France pour l'an 1894; par M. Hatt, ingénieur hydrographe de première classe. Paris. 1894.

Hatt. De l'analyse harmonique des observations de marées, d'après les traveaux anglais. Paris. 1894.

Vérité (la) sur les comètes, les météores et l'action solaire; par Jean Léo L... Paris. 1894. fr. 1,50.

Химія.

Bourquelot, E. Les fermentations. Avec 21 fig. intercalées dans le texte. Paris. 1894. fr. 3,50.

Bovet, C. Appareil et Procédé nouveaux pour le dosage de l'acide carbonique dans les eaux minérales gazeuses. Clermont. 1894.

Buisine, A. et *P.* Essai d'épuration des eaux d'égout de la ville de Paris par le sulfate ferrique. Lille. 1894.

Dépierre, J. Traité de la teinture et de l'impression des matières colorantes artificielles (troisième partie) Paris. 1894.